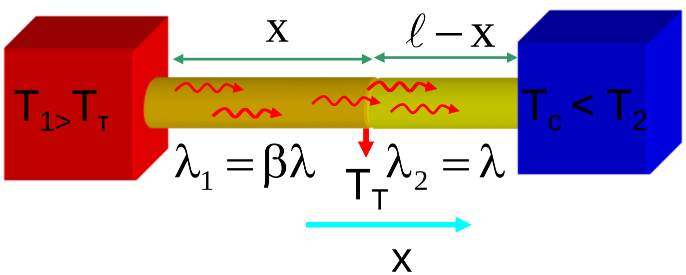
☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ ΜΕΤΑΦΟΡΑΣ
ΛΥΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

ΘΕΜΑ 1

Ένας μακρύς σωλήνας μήκους L είναι γεμάτος με μέταλλο. Το ένα άκρο του σωλήνα διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία $T_1 > T_T$ (T_T η θερμοκρασία τήξης του μετάλλου), ενώ το άλλο σε σταθερή επίσης θερμοκρασία $T_2 < T_T$. Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του λιωμένου μετάλλου είναι β φορές μεγαλύτερος από τον αντίστοιχο συντελεστή του στερεού. Βρείτε σε πόσο μήκος του σωλήνα έχουμε λιωμένο μέταλλο. Θεωρείστε ότι απώλειες θερμότητας στο περιβάλλον δεν υπάρχουν.



Αν δεν υπάρχουν απώλειες θερμότητας με το περιβάλλον (παράπλευρη επιφάνεια του σωλήνα θερμικά μονωμένη) και η θερμοκρασίες T_1 και T_2 είναι σταθερές (στατική περίπτωση) τότε η ροή θερμότητας θα είναι ίδια και σταθερή.

Η εξίσωση της θερμικής αγωγιμότητας είναι: $\frac{1}{S}\frac{\partial Q}{\partial t} = -\lambda \frac{dT}{dx} \Rightarrow q\,dx = -\lambda S\,dT$

Από το αριστερό άκρο του σωλήνα με θερμοκρασία T_1 έως το σημείο x όπου η θερμοκρασία γίνεται ίση με τη θερμοκρασία τήξης του μετάλλου T_T περιέχεται λιωμένο μέταλλο, άρα:

$$q\int_0^x dx = -\lambda_1 S\int_{T_1}^{T_T} dT \Rightarrow qx = -\lambda_1 S\left(T_T - T_1\right) \quad (1)$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

EMC^2

Από το σημείο x με θερμοκρασία T_T έως το τέλος του σωλήνα το μέταλλο είναι σε στερεά κατάσταση, άρα:

$$q\int_x^{\ell} dx = -\lambda_2 S\int_{T_T}^{T_2} dT \Rightarrow q(\ell - x) = -\lambda_2 S(T_2 - T_T) \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη την (1) με (2) θα βρούμε τελικά το μήκος όπου είναι λιωμένη η σωλήνα.

$$\frac{qx}{q(\ell - x)} = \frac{-\lambda_1 S(T_T - T_1)}{-\lambda_2 S(T_2 - T_T)} \overset{\lambda_1=\beta\lambda_2}{\Rightarrow} \frac{x}{\ell - x} = \underbrace{\beta\frac{T_T - T_1}{T_2 - T_T}}_{A} \Rightarrow$$

$$x = \ell A - xA \Rightarrow x + xA = \ell A \Rightarrow x(1 + A) = \ell A \Rightarrow x = \frac{\ell A}{1 + A} \overset{A=\beta\frac{T_T - T_1}{T_2 - T_T}}{\Rightarrow}$$

$$x = \frac{\ell\beta\frac{T_T - T_1}{T_2 - T_T}}{1 + \beta\frac{T_T - T_1}{T_2 - T_T}} = \frac{\ell\beta\frac{T_T - T_1}{T_2 - T_T}}{\frac{T_2 - T_T + \beta T_T - \beta T_1}{T_2 - T_T}} = \ell\beta\frac{T_T - T_1}{T_2 - T_T + \beta T_T - \beta T_1}$$

Άρα το μήκος του λιωμένου σωλήνα θα είναι:

$$x = \ell\beta\frac{T_1 - T_T}{\beta(T_1 - T_T) + T_T - T_2}$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

ΘΕΜΑ 2

Ένα εκδρομικό ψυγείο, σχήματος ορθογωνίου παραλληλεπιπέδου, έχει συνολική επιφάνεια τοιχωμάτων 0.8 m^2 και πάχος τοιχωμάτων 2 cm. Το ψυγείο είναι γεμάτο με πάγο, νερό και αναψυκτικά. Αν η θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι 30^{o}C βρείτε το ρυθμό ροής της θερμότητας προς το εσωτερικό. Πόσος πάγος θα λειώσει μετά από 40 min; Δίνονται $\lambda_{τοιχ}$ = 0.1W/m·K και $L_{T,πάγου}$ = 3.4· 10^5 J/kgr.

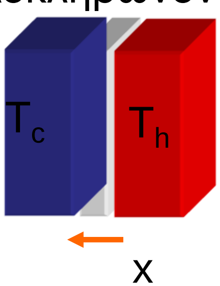
Μέσα στο ψυγείο υπάρχει πάγος νερό και αναψυκτικά (νερό δηλαδή) σε θερμοκρασία 0^{o}C (T_c = 273K). Εξωτερικά από το ψυγείο επικρατεί η θερμοκρασία του περιβάλλοντος 30^{o}C (T_h = 373K).

Η εξίσωση της θερμικής αγωγιμότητας είναι:

$$\frac{1}{S}\frac{\partial Q}{\partial t} = -\lambda_{τοιχ}\frac{dT}{dx} \Rightarrow q\,dx = -\lambda_{τοιχ} S\,dT$$

Έστω S η συνολική επιφάνεια των τοιχωμάτων και ℓ το πάχος του κάθε τοιχώματος.

Ο ρυθμός της ροής της θερμότητας q θα είναι σταθερός όσο η θερμοκρασία εξωτερικά και εσωτερικά του δοχείου δεν αλλάζει και πηγαίνει από έξω (θερμό) προς τα (μέσα). Ολοκληρώνοντας έχουμε:



$$q\int_0^{\ell} dx = -\lambda_{τοιχ} S\int_{T_h}^{T_c} dT \Rightarrow q\ell = \lambda_{τοιχ} S\left(T_h - T_c\right) \Rightarrow q = \lambda_{τοιχ} S\frac{T_h - T_c}{\ell}$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Άρα η θερμότητα που ρέει στο εσωτερικό του δοχείο ανά μονά χρόνου είναι:

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda_{\tau o \iota \chi} S \frac{T_h - T_c}{\ell}$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

q

$S = 0.8\ m^2$

$\ell = 2\ cm$

$\lambda_{\tau o \iota \chi} = 0.1 W/m \cdot K$

$T_h - T_c = 30K$

$$\frac{dQ}{dt} = 0.1 \frac{W}{m \cdot K} \cdot 0.8 m^2 \frac{30K}{2 \cdot 10^{-2} m} = 120W = 120 \frac{J}{sec}$$

Άρα το δευτερόλεπτο εισέρχεται θερμότητα 120 J σε 40 min = 2400sec η ολική θερμότητα που εισέρχεται είναι:

$$Q = 120 \frac{J}{sec} \cdot 2400 sec = 2.88 \cdot 10^5 J$$

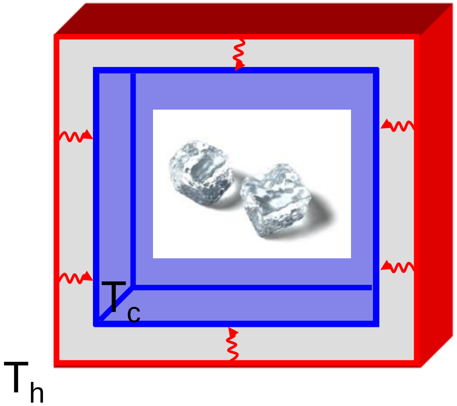
Η λανθάνουσα (ειδική) θερμότητα τήξης του πάγου δίνεται $L_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o \upsilon} = 3.4 \cdot 10^5$ J/kgr η μάζα του πάγου που λιώνει σε 40 min (δηλαδή με τη εισερχόμενη θερμότητα Q) θα είναι:

$$m = \frac{Q}{L_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o \upsilon}} = \frac{2.88 \cdot 10^5 J}{3.4 \cdot 10^5 \frac{J}{kgr}} = 0.847 kgr$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

ΘΕΜΑ 3

Κενό δοχείο κυβικού σχήματος, ακμής 50 εκ. έχει τοιχώματα από μονωτικό φελιζόλ πάχους 2 εκ. Στο εσωτερικό του η θερμοκρασία είναι 7°C (*διατηρείται σταθερή*) ενώ ο εξωτερικός χώρος έχει θερμοκρασία 27°C. Αν στο κύβο μέσα έχουμε 5Kg πάγου στους 0°C και απαιτείται χρονικό διάστημα 10 ωρών μέχρις ότου λειώσει όλος ο πάγος να προσδιορίστε το συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας λ του φελιζόλ με τις μονάδες του. Δίδεται $L_{\text{τήξης πάγου}} = 3.3\cdot 10^5$ J/Kg.



Η εξίσωση της θερμικής αγωγιμότητας είναι:

$$\frac{1}{S}\frac{\partial Q}{\partial t} = -\lambda\frac{dT}{dx} \Rightarrow q dx = -\lambda S dT$$

Η συνολική επιφάνεια των τοιχωμάτων είναι S = 6α² και θα συμβολίσουμε με ℓ το πάχος του κάθε τοιχώματος.

$$q\int dx = -\lambda S dT$$

Ο ρυθμός της ροής της θερμότητας q θα είναι σταθερός όσο η θερμοκρασία εξωτερικά και εσωτερικά του δοχείου δεν αλλάζει και πηγαίνει από έξω (θερμό) προς τα (μέσα). Ολοκληρώνοντας τη προηγούμενη σχέση έχουμε:

$$q\int_0^{\ell} dx = -\lambda S\int_{T_h}^{T_c} dT \Rightarrow q\ell = \lambda S\left(T_h - T_c\right) \Rightarrow q = \lambda S\frac{T_h - T_c}{\ell} \quad (1)$$

$$q = 6\alpha^2 \lambda \frac{T_h - T_c}{\ell} \quad (1)$$
$$S$$

Εφόσον η ροή θερμότητας είναι σταθερή q = const η θερμότητα που προσφέρεται σε χρόνο από 0 έως t θα είναι:

$$q = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow dQ = q dt \Rightarrow Q = q\int_0^t dt \Rightarrow Q = qt \quad (2)$$

Στο χρονικό διάστημα t = 10 h λιώνει όλος ο πάγος συνολικής μάζας m άρα θα ισχύει:

$$m = \frac{Q}{L_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon}} \Rightarrow Q = mL_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon} \overset{(2)}{\Rightarrow} qt = mL_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon} \overset{(1)}{\Rightarrow} 6\alpha^2\lambda \frac{T_h - T_c}{\ell} t = mL_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon} \Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{mL_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon}\ell}{6\alpha^2 t} \frac{1}{T_h - T_c}$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

m = 5kgr

α = 0.5 m

ℓ = 2 cm

$L_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon}$ = 3.3· 10^5 J/kgr

t = 36000 sec

$T_h - T_c = 20K$

$$\lambda = \frac{5kgr \cdot 3.3 \cdot 10^5 \frac{J}{kgr} 2 \cdot 10^{-2} m}{6 \cdot (0.5m)^2 \cdot 36000 sec} \frac{1}{20K} = 0.03 \frac{J}{sec\, K\, m} = 0.03 \frac{W}{m \cdot K}$$

Μικρός συντελεστής θερμικής διαστολής ⇒ θερμικά μονωτικό υλικό.

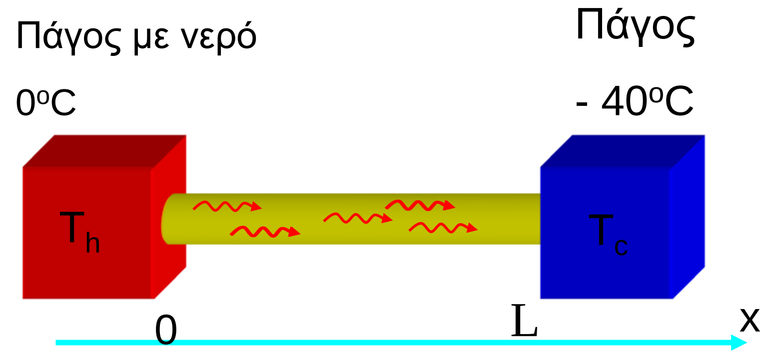
☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

ΘΕΜΑ 4

Σε δοχείο περιέχεται πάγος ο οποίος διαρκώς διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία -40 ^{o}C. Το δοχείο αυτό το συνδέουν με τη βοήθεια μεταλλικής ράβδου μήκους 1.4 m και διατομής S = 10 cm^2 με άλλο δοχείο, στο εσωτερικό του οποίου περιέχεται πάγος και νερό. Μετά την πάροδο 16.7 s διαπιστώνουν ότι στο δεύτερο δοχείο η ποσότητα του πάγου αυξήθηκε κατά 50 g. α) Υπολογίστε το συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας της ράβδου. β) Υπολογίστε τη μεταβολή της εντροπίας του μίγματος πάγος νερό στο χρονικό διάστημα των 16.7 s γ) Σχολιάστε το πρόσημο του ΔS. Δίνεται η ειδική λανθάνουσα θερμότητα τήξης του πάγου L=334 kJ/kg.

Εφόσον αυξάνεται η ποσότητα του πάγου στο δοχείο που περιέχει πάγο με νερό σημαίνει ότι χάνει θερμότητα που μέσω της ράβδου μεταφέρεται στο δοχείο που έχει μόνο πάγο. Ενώ η διαδικασία αυτή τήξη του νερού σε πάγου γίνεται υπό σταθερή θερμοκρασία 0^{o}C.

Θεωρούμε ότι η παράπλευρη επιφάνεια της ράβδου είναι θερμικά μονωμένη ώστε να μην υπάρχουν απώλειες θερμότητας.



☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Η εξίσωση της θερμικής αγωγιμότητας είναι:

$$\frac{1}{S}\frac{\partial Q}{\partial t} = -\lambda\frac{dT}{dx} \Rightarrow q dx = -\lambda S dT$$

Ο ρυθμός της ροής της θερμότητας q στη στατική περίπτωση (Th Tc σταθερές) θα είναι σταθερός. Ολοκληρώνοντας από 0 έως ℓ τη προηγούμενη σχέση έχουμε:

$$q\int_0^{\ell} dx = -\lambda S\int_{T_h}^{T_c} dT \Rightarrow q\ell = \lambda S\left(T_h - T_c\right) \Rightarrow q = \lambda S\frac{T_h - T_c}{\ell} \quad (1)$$

Εφόσον η ροή θερμότητας είναι σταθερή q = const η θερμότητα που χάνει το δοχείο που περιέχει πάγο με νερό (σε απόλυτη τιμή) θα είναι:

$$q = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow dQ = q dt \Rightarrow Q = q\int_0^t dt \Rightarrow Q = qt \quad (2)$$

Στο χρονικό διάστημα t = 16.7 s η μάζα του νερού που γίνεται πάγος θα είναι:

$$m = \frac{Q}{L_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon}} \Rightarrow Q = mL_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon} \overset{(2)}{\Rightarrow} qt = mL_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$L_{T\acute{\eta}\xi\eta\varsigma,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon} = \left|L_{\pi\acute{\eta}\xi\eta\varsigma,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon}\right|$$

$$\lambda S\frac{T_h - T_c}{\ell}t = mL_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon} \Rightarrow$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

$$\lambda S \frac{T_h - T_c}{\ell} t = mL_{T,πάγου} \Rightarrow \qquad \lambda = \frac{mL_{T,πάγου}\ell}{St} \frac{1}{T_h - T_c}$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

$m = 0.05kgr$

$S = 10\ cm^2 = 10^{-3}\ m^2$

$\ell = 2\ cm = 2 \cdot 10^{-2}\ m$

$L_{T,πάγου} = 3.34 \cdot 10^5\ J/kgr$

$t = 16.7\ sec$

$T_h - T_c = 100K$

$$\lambda = \frac{0.05kgr \cdot 3.34 \cdot 10^5 \frac{J}{kgr} 2 \cdot 10^{-2} m}{10^{-3} m^2 \cdot 16.7 sec} \frac{1}{100K} = 200 \frac{J}{sec\,K\,m} = 200 \frac{W}{m \cdot K}$$

Μεγάλος συντελεστής θερμικής διαστολής ⇒ θερμικά αγώγιμο υλικό.

β) Η μεταβολή της εντροπίας του μίγματος πάγο νερό σε χρόνο t = 16.7 sec όπου πήζει μάζα m = 0.05Kgr θα είναι αντίστοιχα:

$$\Delta S = \frac{mL_{πήξης\,πάγου}}{T_o} = -\frac{mL_{τήξης\,πάγου}}{T_o} = -\frac{0.05Kgr \cdot 3.34 \cdot 10^5 \frac{J}{Kgr}}{273K} = -61.67 \frac{J}{K} < 0$$

Η μεταβολή της εντροπίας του συστήματος πάγου νερού εφόσον το νερό πήζει πρέπει να είναι αρνητική, με άλλα λόγια:

$$\Delta S < 0 \Rightarrow$$
$$S_{ΤΕΛ} - S_{ΑΡΧ} < 0 \Rightarrow$$
$$S_{ΤΕΛ} < S_{ΑΡΧ}$$

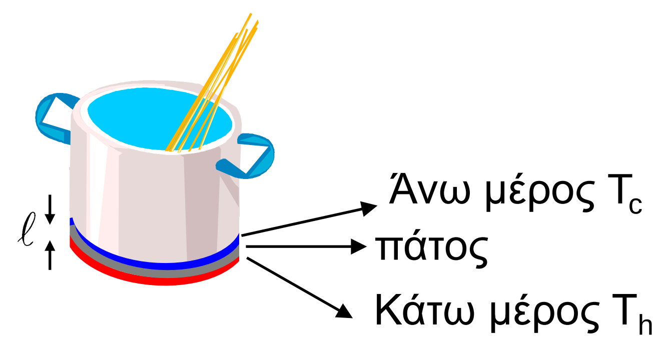
Που σημαίνει ότι η εντροπία ελαττώνεται, άρα μεγαλώνει η τάξη του συστήματος, πράγματι αφού μία ποσότητα υγρού (αταξία) μεταβαίνει στην στερεά κατάσταση (τήξη).

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

ΘΕΜΑ 5

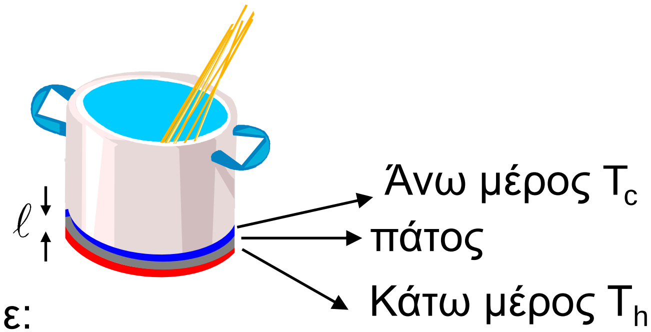
Μια κατσαρόλα θερμαίνεται στο μάτι της κουζίνας. Το νερό βράζει και κάθε λεπτό εξατμίζονται 2 g. Το πάχος του πυθμένα της κατσαρόλας είναι 10 mm και το εμβαδόν του 300 cm^2. i) Προσδιορίστε τη διαφορά θερμοκρασιών ανάμεσα στην πάνω και την κάτω επιφάνεια του πυθμένα της κατσαρόλας υποθέτοντας ότι αυτός θερμαίνεται ομοιόμορφα. Ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του πυθμένα είναι $\lambda = 0.92$ cal/($^oC\cdot sec\cdot cm$) και η ειδική λανθάνουσα θερμότητα εξαέρωσης του νερού L = 539 cal/g. ii) Πόση γίνεται η διαφορά αυτή αν ο πυθμένας της κατσαρόλας καλυφθεί από στρώμα αλάτων πάχους 2 mm με συντελεστή θερμικής αγωγιμότητας $\lambda_1 = 0.03$ cal/($^oC\cdot s\cdot cm$).

Εφόσον το νερό βράζει (σε πίεση 1 atm) η θερμοκρασία θα είναι σε όλη τη μάζα του νερού 100 ^oC (θ_c), ακόμα κι αν δεν γνωρίζουμε σε τι πίεση γίνεται ο βρασμός δεν μας ενδιαφέρει γιατί ζητείται η διαφορά θερμοκρασίας.



Επειδή το πάχος του πυθμένα είναι πολύ μικρό θεωρούμε ότι δεν υπάρχει απώλεια ενέργειας από την παράπλευρη επιφάνεια του πυθμένα και η θερμοκρασίες T_h, T_c είναι σταθερές, άρα η ροή της θερμότητας q θα είναι σταθερή.

Η εξίσωση της θερμικής αγωγιμότητας είναι:



$$\frac{1}{S}\frac{\partial Q}{\partial t} = -\lambda\frac{dT}{dx} \Rightarrow q dx = -\lambda S dT$$

Ολοκληρώνοντας από 0 έως ℓ τη προηγούμενη σχέση έχουμε:

$$q\int_0^{\ell} dx = -\lambda S\int_{T_h}^{T_c} dT \Rightarrow q\ell = \lambda S\left(T_h - T_c\right) \Rightarrow q = \lambda S\frac{T_h - T_c}{\ell} \qquad (1)$$

Εφόσον η ροή θερμότητας είναι σταθερή q = const η θερμότητα που μεταφέρεται από το κάτω μέρος του πάτου στο πάνω μέρος (δηλαδή η θερμότητα που προσδίδεται στο υγρό) θα είναι:

$$q = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow \; dQ = q dt \; \Rightarrow \; Q = q\int_0^t dt \Rightarrow Q = qt \qquad (2)$$

Στο χρονικό διάστημα t = 60 sec (1 min) η μάζα του νερού που εξαερώνεται θα είναι:

$$m = \frac{Q}{L_{\varepsilon\xi\alpha\acute{\varepsilon}\rho\omega\sigma\eta\varsigma}} \Rightarrow Q = mL_{\varepsilon\xi\alpha\acute{\varepsilon}\rho\omega\sigma\eta\varsigma} \overset{(2)}{\Rightarrow} qt = mL_{\varepsilon\xi\alpha\acute{\varepsilon}\rho\omega\sigma\eta\varsigma} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\lambda S\frac{T_h - T_c}{\ell} t = mL_{\varepsilon\xi\alpha\acute{\varepsilon}\rho\omega\sigma\eta\varsigma} \Rightarrow T_h - T_c = \frac{mL_{\varepsilon\xi\alpha\acute{\varepsilon}\rho\omega\sigma\eta\varsigma}\ell}{St}\frac{1}{\lambda}$$

$$T_h - T_c = \frac{mL_{\varepsilon\xi\alpha\acute{\varepsilon}\rho\omega\sigma\eta\varsigma}\ell}{St}\frac{1}{\lambda}$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

m = 2gr

S = 300 cm^2

ℓ = 1 cm

$L_{εξαέρωσης}$ = 539 cal/gr

t = 1 min

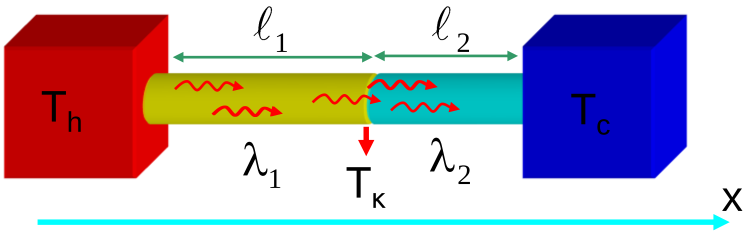
λ = 0.92 cal/(^{o}C·sec·cm)

$$T_h - T_c = \frac{2gr \cdot 539\dfrac{cal}{gr}1cm}{300cm^2 60\sec}\frac{1}{0.92\dfrac{cal}{^oC \cdot \sec \cdot cm}} = 0.07^oC$$

β) Όταν στο πάτο της κατσαρόλας δημιουργηθεί στρώμα αλατιού τότε η θερμοκρασία στο που θα έχει το άνω μέρος του πάτου θα την ονομάσουμε T_κ (θερμοκρασία επαφής των 2 υλικών).

Θεωρώντας στάσιμη κατάσταση το ίδιο ποσό θερμότητας που περνάει από το ένα σώμα (πάτος) πρέπει να περάσει διαδοχικά και από το άλλο (στρώμα αλάτι) επομένως η ροή της θερμότητας q να είναι η ίδια και στα δύο σώματα.

$$\frac{\partial Q_1}{\partial t} = \frac{\partial Q_2}{\partial t} = const \Rightarrow q_1 = q_2$$



Είναι σαν να έχουμε ένα πρόβλημα που φαίνεται στο σχήμα, που η πρώτη ράβδος αντιστοιχεί στο πάτο της κατσαρόλας και η δεύτερη στο στρώμα του άλατος.

Η εξίσωση της θερμικής αγωγιμότητας είναι: $\frac{1}{S}\frac{\partial Q}{\partial t} = -\lambda\frac{dT}{dx} \Rightarrow q dx = -\lambda S dT$

Για τη 1η ράβδο (πάτο) έχουμε:

$$q\int_0^{\ell_1} dx = -\lambda_1 S\int_{T_h}^{T_\kappa} dT \Rightarrow q\ell_1 = -\lambda_1 S\left(T_\kappa - T_h\right) \Rightarrow q = \lambda_1 S\frac{T_h - T_\kappa}{\ell_1}$$

Για τη 2η ράβδο έχουμε:

$$q\int_0^{\ell_2} dx = -\lambda_2 S\int_{T_\kappa}^{T_c} dT \Rightarrow q\ell_2 = -\lambda_2 S\left(T_c - T_\kappa\right) \Rightarrow q = \lambda_2 S\frac{T_\kappa - T_c}{\ell_2}$$

Αφού $q_1 = q_2 \Rightarrow \lambda_1 S\frac{T_h - T_\kappa}{\ell_1} = \lambda_2 S\frac{T_\kappa - T_c}{\ell_2} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\ell_1}T_h - \frac{\lambda_1}{\ell_1}T_\kappa = \frac{\lambda_2}{\ell_2}T_\kappa - \frac{\lambda_2}{\ell_2}T_c \Rightarrow$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

$$\frac{\lambda_1}{\ell_1}T_h + \frac{\lambda_2}{\ell_2}T_c = \frac{\lambda_2}{\ell_2}T_\kappa + \frac{\lambda_1}{\ell_1}T_\kappa \quad \Rightarrow \quad T_\kappa = \frac{\frac{\lambda_1}{\ell_1}T_h + \frac{\lambda_2}{\ell_2}T_c}{\frac{\lambda_2}{\ell_2} + \frac{\lambda_1}{\ell_1}} \Rightarrow$$

$$T_h - T_\kappa = T_h - \frac{\frac{\lambda_1}{\ell_1}T_h + \frac{\lambda_2}{\ell_2}T_c}{\frac{\lambda_2}{\ell_2} + \frac{\lambda_1}{\ell_1}} = \frac{\frac{\lambda_2}{\ell_2}T_h + \frac{\lambda_1}{\ell_1}T_h - \frac{\lambda_1}{\ell_1}T_h - \frac{\lambda_2}{\ell_2}T_c}{\frac{\lambda_2}{\ell_2} + \frac{\lambda_1}{\ell_1}} = \frac{\frac{\lambda_2}{\ell_2}}{\frac{\lambda_2}{\ell_2} + \frac{\lambda_1}{\ell_1}}\left(T_h - T_c\right)$$

Αν θεωρήσουμε ότι τόσο η θερμοκρασία του νερού (T_c) όσο και η θερμοκρασία του κάτω μέρος του πάτου (T_h) δεν αλλάζει, τότε αντικαθιστώντας βρίσκουμε τη διαφορά της θερμοκρασίας του κάτω μέρος του πάτου της κατσαρόλας με το άνω μέρος της.

$$\ell_1 = 1\text{cm} \quad \ell_2 = 0.2\text{cm}$$

$$T_h - T_\kappa = 0.01^{o}\text{C}$$

$$\lambda_1 = 0.92\frac{\text{cal}}{^{o}\text{C}\cdot\text{sec}\cdot\text{cm}} \quad \lambda_2 = 0.03\frac{\text{cal}}{^{o}\text{C}\cdot\text{sec}\cdot\text{cm}}$$

$$T_h - T_c = 0.07^{o}\text{C}$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

ΘΕΜΑ 6

Πάγος μάζας m σε θερμοκρασία 0^oC καταλαμβάνει όλη την κοιλότητα σφαιρικού δοχείου τα τοιχώματα του οποίου έχουν ακτίνες R_1 και R_2 ($R_1 < R_2$). Το δοχείο ρίχνεται σε νερό που βράζει. Σε πόσο χρόνο θα λιώσει όλος ο πάγος; Γνωστά θεωρούνται η ειδική λανθάνουσα θερμότητα τήξης του πάγου L και ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας των τοιχωμάτων του δοχείου λ.

Εξωτερικά η θερμοκρασία είναι 100^oC (T_h γνωστή) και εσωτερικά η θερμοκρασία είναι 0^oC T_c (γνωστή). Στην στατική περίπτωση η ροή της θερμότητας q είναι σταθερή και από έξω προς τα μέσα.

Η εξίσωση της θερμικής αγωγιμότητας είναι:

$$\frac{1}{S}\frac{\partial Q}{\partial t} = -\lambda\frac{dT}{dr} \Rightarrow qdr = -\lambda S dT \Rightarrow qdr = -\lambda 4\pi r^2 dT \Rightarrow q\frac{dr}{r^2} = -\lambda 4\pi dT$$

Ολοκληρώνοντας παίρνουμε:

$$q\int_{R_1}^{R_2}\frac{dr}{r^2} = -\lambda 4\pi \int_{T_h}^{T_c} dT \Rightarrow q\left[-\frac{1}{r}\right]_{R_1}^{R_2} = -\lambda 4\pi\left(T_c - T_h\right) \Rightarrow q\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right) = \lambda 4\pi\left(T_h - T_c\right) \Rightarrow$$

Από έξω προς τα μέσα

Άρα η ροή της θερμότητας θα είναι: $q = 4\pi\lambda \dfrac{T_h - T_c}{\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}}$ (1)

Εφόσον η ροή θερμότητας είναι σταθερή q = const η θερμότητα που προσφέρεται σε χρόνο από 0 έως t θα είναι:

$$q = \frac{dQ}{dt} \Rightarrow dQ = q dt \Rightarrow Q = q\int_0^t dt \Rightarrow Q = qt \quad (2)$$

Αν σε χρόνο τ λιώνει όλη η μάζα του πάγου m τότε ισχύει:

$$m = \frac{Q}{L_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon}} \Rightarrow Q = mL_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon} \overset{(2)}{\Rightarrow} q\tau = mL_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon} \Rightarrow \tau = \frac{mL_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon}}{q} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$\tau = \frac{mL_{T,\pi\acute{\alpha}\gamma o\upsilon}}{4\pi\lambda\left(T_h - T_c\right)}\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$