ΦΩΤΟΜΕΤΡΙΑ

Συγγραφή – Επιμέλεια: Παναγιώτης Φ. Μοίρας

EMC²

ΣΟΛΩΜΟΥ 29 - ΑΘΗΝΑ ☎ 6932 946778

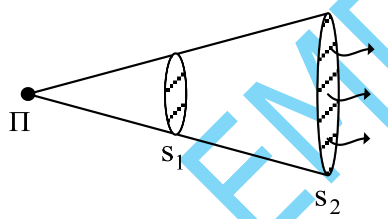
www.pmoiras.weebly.com

1. Εισαγωγή στα Φωτομετρικά Μεγέθη

Απαραίτητο συμπλήρωμα στη θεωρία των οπτικών συστημάτων είναι ο υπολογισμός του ποσού της ηλεκτρομαγνητικής ακτινοβολίας που εισέρχεται στα συστήματα αυτά από τις φωτεινές πηγές και ο προσδιορισμός της φωτεινότητας των ειδώλων. Για το σκοπό αυτό εισάγονται ορισμένα μεγέθη, που χαρακτηρίζουν την εκπομπή του φωτός και το φωτισμό μιας επιφάνειας.
Είναι γνωστό ότι οι φωτεινές πηγές εκπέμπουν φως, το οποίο προσπίπτοντας στα διάφορα αντικείμενα, τα φωτίζει. Συνεπώς όσον αφορά στις φωτεινές πηγές ενδιαφέρει η φωτοβολία τους, ενώ για τις επιφάνειες που φωτίζονται από μία πηγή ενδιαφέρει ο φωτισμός τους. Επίσης κατά τη μελέτη μιας φωτεινής δέσμης ενδιαφέρει η φωτεινή ροή της. Η Φωτομετρία ασχολείται με τον ορισμό των μεγεθών αυτών καθώς και με τις σχέσεις μεταξύ τους.

2. Φωτεινές Πηγές

Α) Σημειακές φωτεινές πηγές.

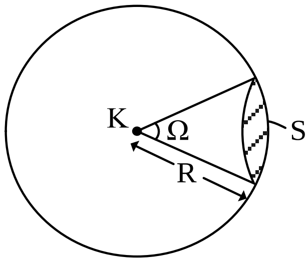


Σχήμα 1

Έστω μια σημειακή φωτεινή πηγή Π, η οποία εκπέμπει ακτινοβολία προς όλες τις κατευθύνσεις και ένας κώνος με κέντρο την πηγή. Αν μέσα στον κώνο αυτό και εντός χρόνου dt εκπέμπεται η φωτεινή ενέργεια dE υπό μορφή ακτινοβολίας, τότε ορίζεται η **φωτεινή ροή Φ** ως:

$$\Phi = \frac{dE}{dt} \qquad \textbf{(1)}$$

Η φωτεινή ροή εξ ορισμού έχει διαστάσεις ισχύος. Αν θεωρηθούν διάφορες παράλληλες διατομές S_1, S_2, … του κώνου η φωτεινή ροή που θα περνά από αυτές θα είναι η ίδια, παρόλο που τα εμβαδά είναι διαφορετικά.



Σχήμα 2

Έστω μια σφαίρα ακτίνας R από το κέντρο τις οποίας ξεκινά δέσμη ακτινοβολίας που φωτίζει ένα τυχαίο τμήμα S της εσωτερικής της επιφάνειας. Ορίζεται ως **στερεά γωνία Ω** το πηλίκο του εμβαδού S προς το τετράγωνο της ακτίνας. Δηλαδή:

$$\Omega = \frac{S}{R^2} \qquad \textbf{(2)}$$

Η μονάδα στερεάς γωνίας είναι το **στερεακτίνιο (sr)**. Από την **(2)** εύκολα προκύπτει ότι στερεά γωνία ίση προς 1 στερεακτίνιο είναι η γωνία εκείνη που αποκόπτει πάνω στην επιφάνεια της σφαίρας τμήμα εμβαδού $S = R^2$.
Επίσης η στερεά γωνία που ορίζεται από ολόκληρη τη σφαίρα είναι:

$$\Omega = \frac{4\pi R^2}{R^2} \Rightarrow \Omega = 4\pi \quad (\mathrm{sr}) \qquad \textbf{(3)}$$

Αν θεωρηθεί μια φωτεινή πηγή που εκπέμπει προς όλες τις κατευθύνσεις και $d\Phi$ είναι η φωτεινή ροή που εκπέμπει αυτή εντός στερεάς γωνίας $d\Omega$, τότε ορίζεται η **ένταση ή φωτοβολία I** της φωτεινή πηγής ως :

$$I = \frac{d\Phi}{d\Omega} \qquad \textbf{(4)}$$

Δηλαδή η φωτοβολία μιας πηγής είναι η ισχύς (ενέργεια ανά μονάδα χρόνου) που εκπέμπεται ανά μονάδα στερεάς γωνίας και εξαρτάται από τη διεύθυνση προς την οποία κατευθύνεται η στερεά γωνία $d\Omega$.
Στο S.I. η φωτοβολία είναι θεμελιώδες μέγεθος και η αντίστοιχη θεμελιώδης μονάδα είναι η 1 **candela (cd)**, η οποία ορίζεται ως το 1/60 της φωτοβολίας που εκπέμπεται καθέτως από επιφάνεια $1\mathrm{cm}^2$ λευκόχρυσου, που βρίσκεται σε θερμοκρασία τήξεως.
Από την **(4)** προκύπτει ότι η φωτεινή ροή που εκπέμπεται μέσα σε κώνο πεπερασμένης στερεάς γωνίας Ω είναι:

$$d\Phi = I d\Omega \Rightarrow \Phi = \int_{\Omega} I d\Omega \qquad \textbf{(5)}$$

όπου η ολοκλήρωση λαμβάνει χώρα επί της στερεάς γωνίας Ω του κώνου.
Για τον υπολογισμό της ολικής φωτεινής ροής, που εκπέμπεται προς όλες τις διευθύνσεις, η στερεά γωνία Ω αντιστοιχεί σε σφαίρα και σύμφωνα με την **(3)** είναι $\Omega = 4\pi$ οπότε :

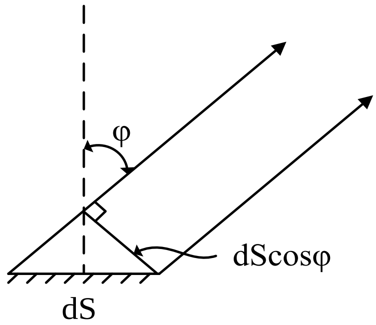
$$\Phi_{o\lambda} = \int_0^{4\pi} I d\Omega \qquad \textbf{(6)}$$

Για ισότροπη φωτοβολία, δηλαδή αν η φωτεινή πηγή έχει την ίδια φωτοβολία προς όλες τις διευθύνσεις, η ολική φωτεινή ροή σύμφωνα με την **(6)** είναι:

$$\Phi_{o\lambda} = 4\pi I \qquad \textbf{(7)}$$

Μονάδα μέτρησης της φωτεινής ροής είναι το **1 lumen (lm)**, που ορίζεται από τη σχέση **(4)** και είναι η φωτεινή ροή που εκπέμπει μια φωτεινή πηγή φωτοβολίας 1cd, εντός στερεάς γωνίας ίση με 1 στερεακτίνιο (sr).
Δηλαδή : $1\ \mathrm{lumen} = 1\mathrm{cd} \cdot 1\,\mathrm{sr}$.

Β) Εκτεταμένες φωτεινές πηγές



Σχήμα 3

Έστω η φωτεινή πηγή επιφάνειας dS του σχήματος, η οποία φωτοβολεί κατά κάποια διεύθυνση που σχηματίζει με την κάθετη γωνία φ. Η εξάρτηση της φωτοβολίας από τις διαστάσεις της εκτεταμένης πηγής αποτελεί το **νόμο του Lambert**, σύμφωνα με τον οποίο η φωτοβολία είναι ανάλογη του εμβαδού dS της πηγής και του συνημίτονου της γωνίας φ. Δηλαδή :

$$dI = \Lambda dS\cos\varphi \qquad \textbf{(8)}$$

Η σταθερά Λ ονομάζεται **λαμπρότητα** της πηγής και εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά της φωτοβολούσας επιφάνειας (υλικό κατασκευής, θερμοκρασία κ.τ.λ.). Ο νόμος του Lambert για μια ιδανική επίπεδη πηγή εμβαδού S δίνει :

$$I = \Lambda S\cos\varphi \qquad \textbf{(9)}$$

Παρατηρείται ότι όταν η πηγή φωτοβολεί κατά την κάθετο διεύθυνση ($\varphi=0^o$), η φωτοβολία της είναι μέγιστη.
Για τη μέτρηση της λαμπρότητας, που χαρακτηρίζει μια εκτεταμένη φωτεινή πηγή, χρησιμοποιείται η μονάδα **1 στίλβη (stilb)**, που ορίζεται από τη σχέση :

$$\Lambda = \frac{I}{S\cos\varphi} \quad \text{αν τεθεί } I=1cd,\ \ S=1cm^2 \ \text{ και } \ \varphi=0^o$$

Αν μια επίπεδη φωτεινή πηγή εκπέμπει προς την μία μόνο πλευρά της συνολικά φωτεινή ροή $\Phi_{ολ,πλευράς}$, τότε το πηλίκο αυτής δια του εμβαδού S αυτής της πλευράς ονομάζεται **φωτεινή αφετική ικανότητα Α** της πηγής. Δηλαδή :

$$A = \frac{\Phi_{ολ,πλευράς}}{S} \qquad \textbf{(10)}$$

Μονάδα αφετικής ικανότητας μιας επίπεδης φωτεινής πηγής είναι το $1lm/cm^2$.

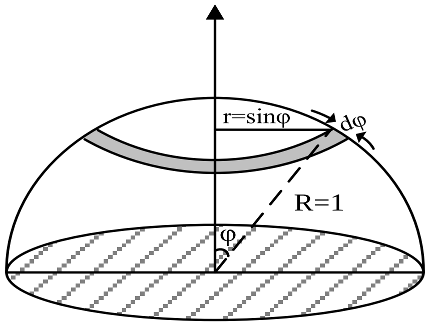
Παρατήρηση

Για τον υπολογισμό της σχέσης μεταξύ φωτεινής αφετικής ικανότητας και λαμπρότητας συνδυάζοντας τις **(9)** και **(4)** προκύπτει :

$$\frac{d\Phi}{d\Omega} = \Lambda S\cos\varphi \Rightarrow d\Phi = \Lambda S\cos\varphi d\Omega$$

Επομένως ολοκληρώνοντας την παραπάνω κατά την μία πλευρά της επιφάνειας προκύπτει:

$$\Phi_{ολ,πλευράς} = \int_{\Omega=0}^{\Omega=2\pi} \Lambda S\cos\varphi d\Omega$$



Σχήμα 4

Αλλά όπως φαίνεται και στο **Σχήμα 4**, η στερεά γωνία dΩ που αντιστοιχεί σε μια σφαιρική ζώνη είναι :

$$d\Omega = 2\pi r d\varphi = 2\pi \sin\varphi d\varphi$$

Οπότε: $$\Phi_{\text{ολ,πλευράς}} = \Lambda S \int_{o}^{\pi/2} 2\pi \sin\varphi \cos\varphi d\varphi = \Lambda S\pi \int_{o}^{\pi/2} d(\sin^2\varphi) =$$

$$= \Lambda S\pi \left[\sin^2\varphi\right]_{o}^{\pi/2} = \Lambda S\pi \left(\sin^2\frac{\pi}{2} - \sin^2 0\right) \Rightarrow \Phi_{\text{ολ,πλευράς}} = \Lambda S\pi$$

Άρα σύμφωνα με την **(10)** είναι:

$$A = \frac{\Phi_{\text{ολ,πλευράς}}}{S} = \frac{\Lambda S\pi}{S} \Rightarrow A = \pi\Lambda \qquad \textbf{(11)}$$

3. Φωτιζόμενες Επιφάνειες

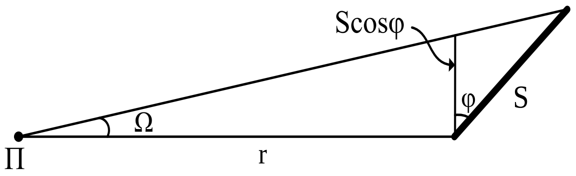
Έστω μια επιφάνεια εμβαδού S, στην οποία προσπίπτει φωτεινή ροή Φ.
Ορίζεται ως **φωτισμός της επιφάνειας Β** το πηλίκο:

$$B = \frac{\Phi}{S} \qquad \textbf{(12)}$$

Μονάδα μέτρησης του φωτισμού είναι το **1lux** (1lux = 1lumen/m^2). Δηλαδή 1lux είναι ο φωτισμός επιφάνειας εμβαδού 1m^2, φωτιζόμενης ομοιόμορφα με φωτεινή ροή 1lumen.
Για μια στοιχειώδη επιφάνεια dS ο φωτισμός της ορίζεται αντίστοιχα ως :

$$B = \frac{d\Phi}{dS}$$

Α. Υπολογισμός φωτισμού προερχόμενου από σημειακή φωτεινή πηγή



Σχήμα 5

Έστω μια σημειακή φωτεινή πηγή Π φωτοβολίας Ι, η οποία φωτίζει μια επιφάνεια που βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση r. Αν το εμβαδόν της επιφάνειας αυτής είναι S και η γωνία ανάμεσα στην επιφάνεια και το κάθετο επίπεδο είναι φ, τότε η στερεά γωνία Ω υπό την οποία η σημειακή πηγή "βλέπει" την επιφάνεια θα είναι σύμφωνα με την **(2)** ίση με:

$$\Omega = \frac{S\cos\varphi}{r^2}$$

Άρα η φωτεινή ροή που εκπέμπεται από την πηγή προς την επιφάνεια σύμφωνα με την **(5)** είναι:

$$\Phi = I\Omega = \frac{IS\cos\varphi}{r^2}$$

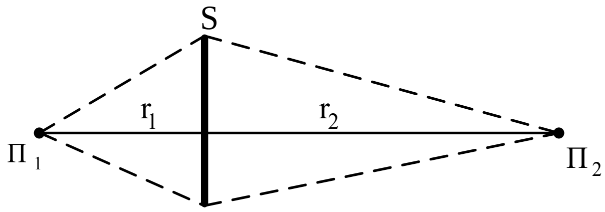
Αυτή η φωτεινή ροή αποτελεί ταυτόχρονα, τη φωτεινή ροή, που προσπίπτει στην επιφάνεια οπότε από την **(12)** ο φωτισμός της είναι :

$$B = \frac{\Phi}{S} = \frac{IS\cos\varphi}{Sr^2} \Rightarrow \boxed{B = \frac{I\cos\varphi}{r^2}} \qquad \textbf{(13)}$$

Η σχέση **(13)** αποτελεί το **νόμο της φωτομετρίας** και για κάθετο φωτισμό (δηλαδή για $\varphi = 0^o$) παίρνει την απλή μορφή:

$$B = \frac{I}{r^2} \qquad \textbf{(14)}$$

Εφαρμογή



Σχήμα 6

Έστω μια επίπεδη επιφάνεια S τοποθετημένη κάθετα ανάμεσα σε δυο σημειακές φωτεινές πηγές $Π_1$ και $Π_2$. Οι αποστάσεις της επιφάνειας από τις δυο πηγές είναι r_1 και r_2 αντίστοιχα και οι φωτοβολίες των δύο πηγών είναι I_1 και I_2 αντίστοιχα.
Επειδή συμβαίνει κάθετος φωτισμός της επιφάνειας από κάθε πηγή, τότε σύμφωνα με την **(14)** ο φωτισμός της επιφάνειας από την πηγή $Π_1$ είναι:

$$B_1 = \frac{I_1}{r_1^2}$$

Ενώ ο φωτισμός της από την πηγή $Π_2$ είναι:

$$B_2 = \frac{I_2}{r_2^2}$$

Επομένως παρατηρείται ότι αν οι δυο φωτεινές πηγές φωτίζουν εξίσου την επιφάνεια, δηλαδή δέχεται τον ίδιο φωτισμό από τις δυο πηγές τότε ισχύει:

$$B_1 = B_2 \Rightarrow \frac{I_1}{r_1^2} = \frac{I_2}{r_2^2} \Rightarrow \boxed{\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_1^2}{r_2^2}} \qquad \textbf{(15)}$$

Η σχέση **(15)** αποτελεί τον **τύπο των ίσων φωτισμών**.

Β. Υπολογισμός φωτισμού προερχόμενου από εκτεταμένη πηγή

Έστω μια εκτεταμένη φωτεινή πηγή εμβαδού S, η οποία φωτίζει μια επιφάνεια S΄ που βρίσκεται σε απόσταση r. Η φωτοβολία της πηγής κατά την διεύθυνση της φωτιζόμενης επιφάνειας , σύμφωνα με το νόμο του Lambert **(9)** είναι :

$$I = ΛS\cos φ$$

Επίσης η στερεά γωνία υπό την οποία φαίνεται η φωτιζόμενη επιφάνεια είναι:

$$Ω = \frac{S'\cos φ'}{r^2}$$

Άρα η φωτεινή ροή που εκπέμπει η εκτεταμένη πηγή στην επιφάνεια S΄ είναι:

$$\Phi = I\Omega \Rightarrow \Phi = \frac{\Lambda SS'\cos\varphi\cos\varphi'}{r^2}$$

Αλλά επειδή η ροή αυτή αποτελεί ταυτόχρονα και τη ροή που προσπίπτει στη φωτιζόμενη επιφάνεια , προκύπτει ότι ο φωτισμός αυτής είναι:

$$B = \frac{\Phi}{S'} = \frac{\Lambda SS'\cos\varphi\cos\varphi'}{S'r^2} \Rightarrow B = \frac{\Lambda S\cos\varphi\cos\varphi'}{r^2} \qquad \textbf{(16)}$$

Στον ακόλουθο πίνακα παρατίθονται τα βασικά φωτομετρικά μεγέθη.

Φυσικό μέγεθος	**Ορισμός**	**Μονάδα μέτρησης (S.I.)**
Φωτεινή ροή πηγής	$\Phi = \frac{dE}{dt}$	lumen
Φωτοβολία πηγής	$I = \frac{d\Phi}{d\Omega}$	candela
Λαμπρότητα πηγής	$\Lambda = \frac{I}{S\cos\varphi}$	stilb
Φωτεινή αφετική ικανότητα πηγής	$A = \frac{\Phi_{\text{ολ,πλευράς}}}{S}$	lumen/m^2
Φωτισμός επιφάνειας	$B = \frac{d\Phi}{dS}$	lux

Πίνακας 1