Τυπολόγιο Κυματικής – Οπτικής (ΦΥΕ 34)

ΣΥΖΕΥΓΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ

Αρχικά σχεδιάζουμε τις δυνάμεις που ασκούνται σε κάθε σώμα και εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton για το κάθε σώμα ξεχωριστά, έτσι ώστε να προκύψουν οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης του συστήματος.

Ιδιοσυχνότητες Κανονικών Τρόπων Ταλάντωσης

Θέτουμε $x_1 = Ae^{i\omega t}$ **με** $\ddot{x}_1 = -A\omega^2 e^{i\omega t}$

Θέτουμε $x_2 = Be^{i\omega t}$ **με** $\ddot{x}_2 = -B\omega^2 e^{i\omega t}$

Και αντικαθιστώ στις διαφορικές εξισώσεις κίνησης σχηματίζοντας το ομογενές σύστημα της μορφής $[\kappa\alpha\tau\iota \cdot A + \kappa\alpha\tau\iota \cdot B = 0]$

Οι μη μηδενικές λύσεις του ομογενούς συστήματος λαμβάνονται με μηδενισμό της ορίζουσας των συντελεστών A και B απ' όπου προκύπτουν οι ιδιοσυχνότητες ω_1 και ω_2

Λόγοι των Πλατών

Αντικαθιστούμε την κάθε ιδιοσυχνότητα που έχουμε βρει σε μία από τις εξισώσεις των πλατών $[\kappa\alpha\tau\iota \cdot A + \kappa\alpha\tau\iota \cdot B = 0]$

Απομακρύνσεις $x_1(t)$ και $x_2(t)$

$$x_1(t) = A_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$
$$x_2(t) = B_1 \cos(\omega_1 t + \varphi_1) + B_2 \cos(\omega_2 t + \varphi_2)$$

Από τις σχέσεις των λόγων των πλατών, αντικαθιστούμε τα B_1 & B_2 συναρτήσει των A_1 & A_2 στην $x_2(t)$

Εξαναγκασμένες Ταλαντώσεις με Εξωτερική Δύναμη της Μορφής $\boxed{F(t) = f_0 \begin{smallmatrix}\cos\\ \sin\end{smallmatrix}(\omega t)}$

Όταν σε κάποιο σώμα του συστήματος ασκείται μια εξωτερική δύναμη, τότε κατά την διαδικασία σχεδιασμού των δυνάμεων, συνυπολογίζουμε και την εξωτερική δύναμη μόνο στο σώμα που ασκείται. Έπειτα εφαρμόζουμε τον 2ο νόμο του Newton για το κάθε σώμα ξεχωριστά, έτσι ώστε να προκύψουν οι διαφορικές εξισώσεις κίνησης του συστήματος.

Απομακρύνσεις $x_1(t)$ και $x_2(t)$

Η μερική λύση του συστήματος των διαφορικών εξισώσεων (Εξαναγκασμένες Μετατοπίσεις x_1 & x_2) καθορίζονται απ' τη μορφή της εξωτερικής δύναμης, δηλαδή:

$$x_1(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$
$$x_2(t) = \Gamma\sin(\omega t) + \Delta\cos(\omega t)$$

Με $\ddot{x}_1(t) = -\omega^2[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = -\omega^2 x_1(t)$

$\ddot{x}_2(t) = -\omega^2[\Gamma\sin(\omega t) + \Delta\cos(\omega t)] = -\omega^2 x_2(t)$

Αντικαθιστούμε τα $\ddot{x}_1$ & $\ddot{x}_2$ στις διαφορικές εξισώσεις κίνησης και προκύπτουν δύο εξισώσεις ως προς x_1 & x_2 από τις οποίες υπολογίζουμε τα x_1 & x_2

ΜΗΧΑΝΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

Κυματική Εξίσωση σε μια Διάσταση

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}, \quad v \text{ η ταχύτητα διάδοσης}$$

Οδεύοντα Αρμονικά Κύματα

$$y(x,t) = A\sin(kx \pm \omega t + \varphi)\begin{cases} +(\text{Διάδοση στα αρνητικά } x) \\ -(\text{Διάδοση στα θετικά } x)\end{cases}$$

Χαρακτηριστικά Μεγέθη Κυμάτων

Εγκάρσια Ταχύτητα: $u_y = \frac{\partial y}{\partial t} = -\boxed{\omega A}\cos(kx \pm \omega t + \varphi)$

$\boxed{\omega A} = u_{max}$

Εγκάρσια Επιτάχυνση: $\alpha_y = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\boxed{\omega^2 A}\cos(kx \pm \omega t + \varphi)$

$\boxed{\omega^2 A} = \alpha_{max}$

Ταχύτητα Κύματος Χορδής: $u = \sqrt{\frac{T}{\mu}} = \sqrt{\frac{\text{Ταση της Χορδης}}{\text{Γραμμικη Πυκνοτητα Μαζας}}}$

Φασική Ταχύτητα: $u_p = \frac{\omega}{k}$ **με** $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ **και** $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

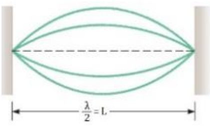
Ταχύτητα Ομάδας: $u_g = \frac{d\omega}{dk}$

Στάσιμα Κύματα

$$y(x,t) = A\sin(kx + \omega t) + A\sin(kx - \omega t) = 2A\sin(kx)\cos(\omega t)$$

ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ ΧΟΡΔΗΣ

Πακτωμένη Χορδή



$\boxed{f_n = \frac{nv}{2L}}$ $n = 1,2,3,\ldots$ **και** $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

Χορδή με ένα Ελεύθερο Άκρο

$\boxed{f_n = (2n-1)\frac{v}{4L}}$ $n = 1,2,3,\ldots$ **και** $v = \sqrt{\frac{T}{\mu}}$

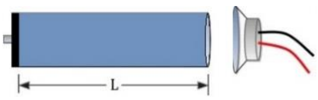
ΗΧΗΤΙΚΟΙ ΣΩΛΗΝΕΣ

Αυλός με Ανοιχτά Άκρα

$\boxed{f_n = \frac{nv}{2L}}$ $n = 1,2,\ldots$

Όπου v είναι η ταχύτητα του ήχου στον αέρα

Αυλός με Κλειστό & Ανοιχτό Άκρο



$\boxed{f_n = (2n-1)\frac{v}{4L}}$ $n = 1,2,\ldots$

ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

Εξισώσεις Maxwell στο Κενό

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = 0 \qquad \vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$$
$$\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \qquad \vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

Όταν έχω το $\vec{E}$ και ζητάω το $\vec{B}$: $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$

Όταν έχω το $\vec{B}$ και ζητάω το $\vec{E}$: $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_0\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

Χαρακτηριστικά Μεγέθη Η/Μ Κυμάτων

Διάνυσμα Poynting: $\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E}\times\vec{B}\left(\frac{W}{m^2}\right)$ **με** $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}$

Ένταση Ακτινοβολίας: $I = \langle|\vec{S}|\rangle = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E^2$

Μέση χρονική τιμή: $\langle f(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt$

$\langle\sin(kx \pm \omega t)\rangle = \langle\cos(kx \pm \omega t)\rangle = \langle\sin(\omega t)\rangle = \langle\cos(\omega t)\rangle = 0$

$\langle\sin^2(kx \pm \omega t)\rangle = \langle\cos^2(kx \pm \omega t)\rangle = \frac{1}{2}$ **και** $\langle C\rangle = C$

Δείκτης Διάθλασης: $n = c/v = ck/\omega$

Επίπεδα Οδεύοντα Αρμονικά

$$\vec{E} = E_o \begin{smallmatrix}\cos\\ \sin\end{smallmatrix}(kz \pm \omega t)\hat{\imath}$$
$$\vec{B} = B_o \begin{smallmatrix}\cos\\ \sin\end{smallmatrix}(kz \pm \omega t)\hat{\jmath}$$

Στάσιμα

$$\vec{E} = E_o \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(kz)\cdot\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(\omega t)\hat{\imath}$$
$$\vec{B} = B_o \begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(kz)\cdot\begin{smallmatrix}\sin\\ \cos\end{smallmatrix}(\omega t)\hat{\jmath}$$

Πόλωση Ηλεκτρομαγνητικών Κυμάτων

Εάν $\vec{E} = E_x\,\hat{\imath} + E_y\,\hat{\jmath}$ τότε έχουμε:

1ον Γραμμική Πόλωση όταν $\frac{E_y}{E_x} = \text{Σταθερό}$ **με** $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{E_y}{E_x}\right)$

2ον Κυκλική Πόλωση όταν $E_x^2 + E_y^2 = \text{Σταθερό}$

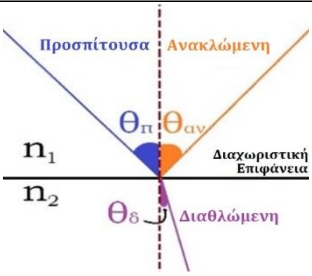
3ον Ελλειπτική Πόλωση όταν $\frac{E_x^2}{E_{0x}^2} + \frac{E_y^2}{E_{0y}^2} = 1$

Για τον 2ο και 3ο τύπο πολώσεως, ελέγχουμε πάντα την κατεύθυνση του $\vec{E}$ για διαφορετικές τιμές του t με σκοπό να καθορίσουμε την φορά της πόλωσης (Δεξιόστροφη ή Αριστερόστροφη).

Παραδείγματος Χάριν $\boxed{\vec{E}(0,0),\quad \vec{E}(0,\pi/2\omega),\quad \vec{E}(0,\pi/\omega)\ \ldots}$

Τύπος Euler για Μιγαδικό Πεδίο $e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΗ ΟΠΤΙΚΗ



Δείκτης Διάθλασης: $n = \frac{c}{v}$

Νόμος ανάκλασης: $\theta_{\pi\rho} = \theta_{\alpha\nu}$

Νόμος Snell: $n_1 \sin\theta_\pi = n_2 \sin\theta_\delta$

Περιπτώσεις:

1) Αν $n_1 < n_2$ τοτε από N.Snell $\theta_\delta < \theta_\pi$ (Διαθλάται Πάντα)
Η Διαθλώμενη τείνει την νοητή κάθετο στην Δ.Ε.

2) Αν $n_1 > n_2$ τοτε από N.Snell $\theta_\delta > \theta_\pi$ (Ελέγχω την θ_{cr})
Η Διαθλώμενη τείνει στην Δ.Ε. Οπότε για μια οριακή γωνία πρόσπτωσης $\theta_\pi = \theta_{cr}$ η διαθλώμενη θα είναι επάνω στην Δ.Ε. με $\theta_\delta = 90^o$ και άρα δεν παρατηρείται διάθλαση. Άρα για $\theta_\pi \geq \theta_{cr}$ έχουμε **Ολική Εσωτερική Ανάκλαση**.

Εύρεση θ_{cr}: Θεωρούμε την $\theta_\delta = 90^o$ και από N.Snell έχουμε:

$$n_1 \sin\theta_{cr} = n_2 \sin\theta_\delta \Leftrightarrow \theta_{cr} = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ FRESNEL

Όταν έχουμε κάθετη πρόσπτωση φωτός σε διαχωριστική επιφάνεια δύο μέσων ισχύουν οι εξισώσεις Fresnel στη μορφή:

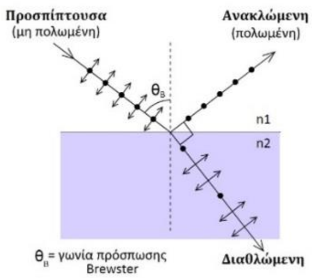
Συντελεστής Ανάκλασης Πλάτους $r = \frac{n_i - n_t}{n_i + n_t}$

Συντελεστής Διαπερατότητας Πλάτους $t = \frac{2n_i}{n_i + n_t}$

Ποσοστό Διάθλασης $T = t^2(n_t/n_i) = 4n_i n_t/(n_i + n_t)^2$

Ποσοστό Ανάκλασης $R = r^2$

ΠΟΛΩΣΗ ΑΠΟ ΑΝΑΚΛΑΣΗ (ΝΟΜΟΣ BREWSTER)

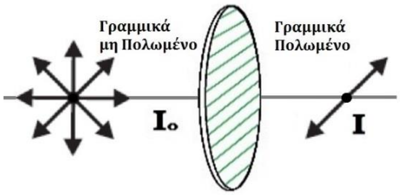


Όταν η προσπίπτουσα είναι μη γραμμικά πολωμένη και η ανακλώμενη βγαίνει γραμμικά πολωμένη, έχουμε γωνία Brewster. Ή όταν η ανακλώμενη και η διαθλώμενη είναι κάθετες μεταξύ τους, τότε η ανακλώμενη είναι γραμμικά πολωμένη.

$$\left.\begin{array}{ll}\textbf{Απο N. Snell} & n_1 \sin\theta_{Br} = n_2 \sin\theta_\delta \\ \textbf{και επειδη} & \theta_{\alpha\nu} + \theta_\delta + \frac{\pi}{2} = \pi \\ \textbf{και απο ν. Ανακλασης} & \theta_{Br} = \theta_{\alpha\nu}\end{array}\right\} \Leftrightarrow \tan\theta_{Br} = \frac{n_2}{n_1}$$

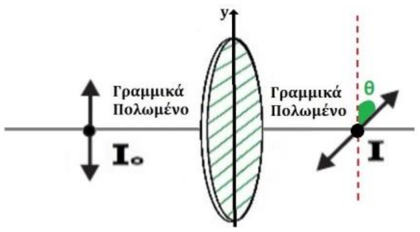
POLAROIDS

Όταν από τον πολωτή διέρχεται φυσικό μη πολωμένο φως



$$I = \frac{I_0}{2}$$

Όταν από τον πολωτή διέρχεται γραμμικά πολωμένο φως



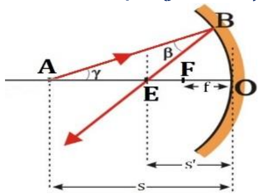
ν.Malus

$$I = I_0 \cos^2\theta$$

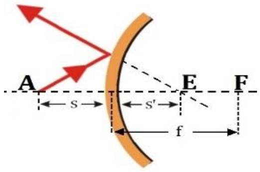
ΟΠΤΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Σφαιρικά Κάτοπτρα

Κοίλα Κάτοπτρα $(f, R > 0)$



Κυρτά Κάτοπτρα $(f, R < 0)$



Τύπος Κατόπτρων $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} = \frac{2}{R}$

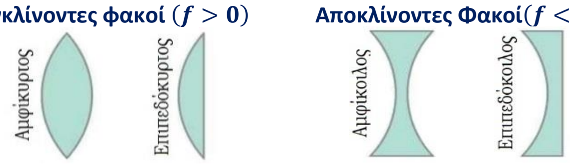
Εγκάρσια Μεγέθυνση $m = \frac{h'}{h} = -\frac{s'}{s}$

Χαρακτηρισμός Ειδώλου

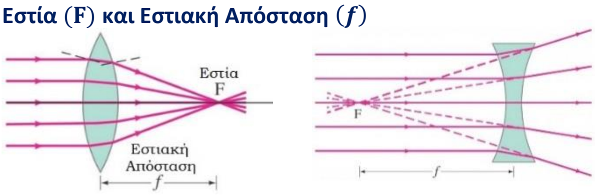
1) Αν $s' > 0$ Πραγματικό Είδωλο σχηματιζόμενο στην τομή των ανακλώμενων ακτινών στην ίδια πλευρά με το αντικείμενο.
2) Αν $s' < 0$ Φανταστικό Είδωλο σχηματιζόμενο στην τομή των προεκτάσεων των ανακλώμενων ακτινών στην άλλη πλευρά του αντικειμένου.
3) Αν $m > 0$ Ορθό Είδωλο (ίδιο προσανατολισμό με το αντικείμενο)
4) Αν $m < 0$ Ανεστραμμένο Είδωλο (Αντίθετο προσανατολισμό με το αντικείμενο)

Λεπτοί Φακοί

Συγκλίνοντες φακοί $(f > 0)$ **Αποκλίνοντες Φακοί $(f < 0)$**

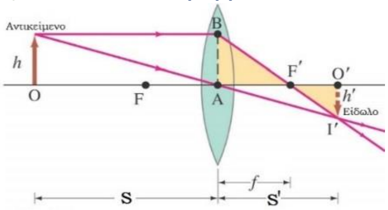


Εστία (F) και Εστιακή Απόσταση (f)



Χαρακτηρισμός Ειδώλου

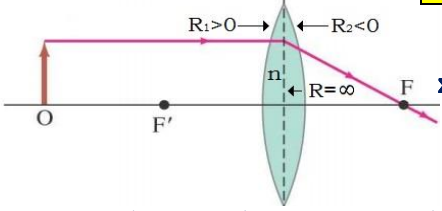
1) Αν $s' > 0$ Πραγματικό Είδωλο σχηματιζόμενο στην άλλη πλευρά
2) Αν $s' < 0$ Φανταστικό Είδωλο σχηματιζόμενο στην ίδια πλευρά
3) Αν $m > 0$ Ορθό Είδωλο
4) Αν $m < 0$ Ανεστραμμένο Είδωλο



Τύπος Φακών $\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$

Μεγέθυνση $m = \frac{h'}{h} = -\frac{s'}{s}$

Τύπος Κατασκευαστών των φακών $\frac{1}{f} = (n_{\sigma\chi} - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$

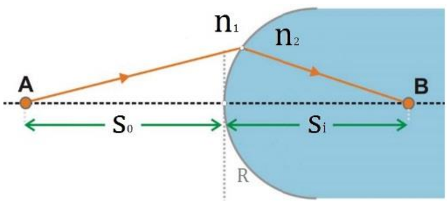


με $n_{\sigma\chi} = \frac{n_{\varphi\alpha\kappa o\acute{\upsilon}}}{n_{\mu\acute{\varepsilon}\sigma o\upsilon}}$

Στον αέρα $n_{\mu\varepsilon\sigma o\upsilon} = 1$

R_1 & R_2 οι ακτίνες καμπυλότητας των επιφανειών του φακού και σύμφωνα με τον Κανόνα του Πρόσημου όταν η σφαιρική επιφάνεια είναι κυρτή ως προς το αντικείμενο λαμβάνεται με θετικό πρόσημο, ενώ όταν είναι κοίλη ως προς το αντικείμενο λαμβάνεται με αρνητικό πρόσημο.

Σφαιρικές Διαθλαστικές Επιφάνειες (Δίοπτρα)



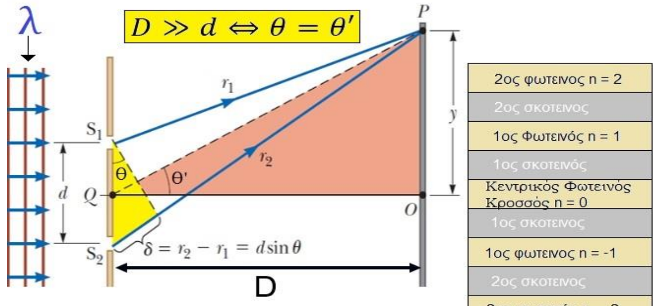
$$\frac{n_1}{s_0} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{n_2 - n_1}{R}$$

$$f_0 = \frac{n_1}{n_2 - n_1} R$$

$$f_i = \frac{n_2}{n_2 - n_1} R$$

ΠΕΙΡΑΜΑ YOUNG ΤΩΝ ΔΥΟ ΣΧΙΣΜΩΝ

$D \gg d \Leftrightarrow \theta = \theta'$



Ενισχυτική Συμβολή (Φωτεινοί Κροσσοί)

$r_2 - r_1 = n\lambda \Leftrightarrow \boxed{d\sin\theta = n\lambda}, \quad n = 0, \pm1, \pm2, \ldots$

Αναιρετική Συμβολή (Σκοτεινοί Κροσσοί)

$r_2 - r_1 = (2n+1)\frac{\lambda}{2} \Leftrightarrow \boxed{d\sin\theta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}}, n = 0, \pm1, \pm2, \ldots$

Από το σχήμα για θ πολύ μικρή γωνία έχουμε ότι:

$\left.\begin{matrix} \tan\theta = \frac{y}{D} \\ \tan\theta \approx \sin\theta \end{matrix}\right\} \Leftrightarrow \boxed{y = D\sin\theta}$

Οπότε η απόσταση δύο διαδοχικών φωτεινών κροσσών είναι

$d\sin\theta = n\lambda \Leftrightarrow d\frac{y}{D} = n\lambda \Leftrightarrow \boxed{y_n = \frac{nD\lambda}{d}}, n = 0, \pm1, \ldots$

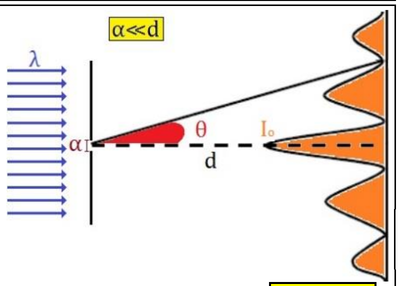
Απόσταση μεταξύ 2 διαδοχικών κροσσών $\boxed{\Delta y = y_{n+1} - y_n = \frac{D\lambda}{d}}$

Εάν τοποθετήσουμε ένα πλακίδιο πάχους L και δείκτη διάθλασης n στη διαδρομή μιας ακτίνας, τότε ο οπτικός δρόμος της αλλάζει κατά $(n-1)$L. Αν είναι x η απόσταση του κεντρικού φωτεινού κροσσού, τότε θα ισχύει ότι:

$\frac{xd}{D} = (n-1)L \Leftrightarrow \boxed{x = \frac{(n-1)LD}{d}}$

Προσοχή το n είναι ο δείκτης διάθλασης του πλακιδίου και δεν πρέπει να συσχετισθεί με τον ακέραιο αριθμό n παραπάνω

ΠΕΡΙΘΛΑΣΗ FRAUNHOFER



Ένταση της Συμβολής

$\boxed{I(\theta) = I_0\frac{\sin^2\beta}{\beta^2}}$

Με το β να είναι ίσο με

$\boxed{\beta = \frac{\pi\alpha}{\lambda}\sin\theta}$

Μέγιστα Έντασης: όταν $\beta = 0$ δηλαδή $(\theta = 0)$ έχουμε: $\boxed{I_{max} = I_0}$

Ελάχιστα Περίθλασης: όταν $\sin\beta = 0$ δηλαδή όταν:

$\beta = n\pi \Leftrightarrow \frac{\pi\alpha}{\lambda}\sin\theta = n\pi \Leftrightarrow \boxed{\sin\theta = \frac{n\lambda}{\alpha}} \quad \begin{matrix} n = \pm1, \pm2 \\ n \neq 0\ (\text{Μεγιστο}) \end{matrix}$

Εύρος Κεντρικού Μεγίστου

Για τα ελάχιστα πρώτης τάξης ισχύει $\alpha\sin\theta = \pm\lambda$ και για μικρές γωνίες είναι $\alpha\theta = \pm\lambda$, οπότε τα όρια του κεντρικού λοβού προσδιορίζονται από τις γωνίες $\theta_1 = \lambda/\alpha$ και $\theta_1 = -\lambda/\alpha$ έτσι ώστε το εύρος του κεντρικού λοβού είναι: $\boxed{\Delta\theta = 2\lambda/\alpha}$

Φράγματα Περίθλασης

- **Κύρια μέγιστα**

$\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta = n\pi \Leftrightarrow \boxed{\sin\theta = \frac{n\lambda}{d}}$

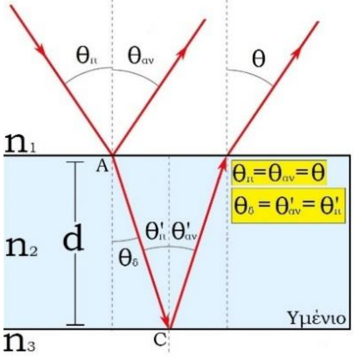
Με n = 0,1,2, … [0 = Κυριο Μεγιστο, 1 = Μεγιστο 1ης ταξης]

- **Ελάχιστα Περίθλασης**

$\sin\left(\frac{\pi\alpha}{\lambda}\sin\theta\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\pi\alpha}{\lambda}\sin\theta = n'\pi \Leftrightarrow \boxed{\sin\theta = \frac{n'\lambda}{\alpha}}$

Με n′ = 1,2, … [1 = 1ο Ελαχιστο, 2 = 2ο Ελαχιστο]

ΛΕΠΤΑ ΥΜΕΝΙΑ



Διαφορά Οπτικού Δρόμου (Λ) των 2 ανακλώμενων

$\boxed{\Lambda = 2n_2 d\cos\theta_\delta}$

Διαφορά φάσης λόγω των οπτικών δρόμων

$\delta_1 = k_0\Lambda = \frac{2\pi}{\lambda_0}(2n_2 d\cos\theta_\delta)$

$\Leftrightarrow \boxed{\delta_1 = \frac{4\pi n_2 d\cos\theta_\delta}{\lambda_0}}$

Διακρίνουμε τις Εξής Περιπτώσεις

1) Από αραιότερο σε πυκνότερο $(n_1 < n_2)$ στο σημείο A και από πυκνότερο σε αραιότερο $(n_3 < n_2)$ σημείο C, τότε έχουμε μια επιπλέον διαφορά φάσης $\delta_2 = \pm\pi$. Η συνολική διαφορά φάσης θα είναι

$\delta_{o\lambda} = \delta_1 + \delta_2 \Leftrightarrow \boxed{\delta_{o\lambda} = \frac{4\pi n_2 d\cos\theta_\delta}{\lambda_0} \pm \pi}$

- **Συνθήκη Μεγίστων (Μέγιστη Ανάκλαση & Ελάχιστη Διάδοση)**

$\delta_{o\lambda} = 2m\pi \Leftrightarrow \frac{4\pi n_2 d\cos\theta_\delta}{\lambda_0} \pm \pi = 2m\pi$

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{4n_2 d\cos\theta_\delta}{\lambda_0} = 2m \mp 1} \quad m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$

- **Συνθήκη Ελαχίστων (Ελάχιστη Ανάκλαση & Μέγιστη Διάδοση)**

$\delta_{o\lambda} = (2m \pm 1)\pi \Leftrightarrow \frac{4\pi n_2 d\cos\theta_\delta}{\lambda_0} \pm \pi = (2m \pm 1)\pi$

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{4n_2 d\cos\theta_\delta}{\lambda_0} = 2m} \quad m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$

2) Εάν και οι δύο ανακλάσεις στις πλευρές του υμενίου γίνονται από αραιότερο σε πυκνότερο μέσο $(n_1 < n_2 < n_3)$ τότε δεν έχουμε επιπλέον διαφορά φάσης πέραν της διαφοράς του οπτικού δρόμου.

$\delta_{o\lambda} = \delta_1 \Leftrightarrow \boxed{\delta_{o\lambda} = \frac{4\pi n_2 d\cos\theta_\delta}{\lambda_0}}$

- **Συνθήκη Μεγίστων (Μέγιστη Ανάκλαση & Ελάχιστη Διάδοση)**

$\delta_{o\lambda} = 2m\pi \Leftrightarrow \frac{4\pi n_2 d\cos\theta_\delta}{\lambda_0} = 2m\pi \Leftrightarrow \boxed{\frac{4n_2 d\cos\theta_\delta}{\lambda_0} = 2m}$

- **Συνθήκη Ελαχίστων (Ελάχιστη Ανάκλαση & Μέγιστη Διάδοση)**

$\delta_{o\lambda} = (2m \pm 1)\pi \Leftrightarrow \frac{4\pi n_2 d\cos\theta_\delta}{\lambda_0} = (2m \pm 1)\pi$

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{4n_2 d\cos\theta_\delta}{\lambda_0} = 2m \pm 1} \quad m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$

Για κάθετη πρόσπτωση θα είναι $\theta_\pi = 0$ και από N.Snell $\theta_\delta = 0$

$n_1\sin\theta_\pi = n_2\sin\theta_\delta \Leftrightarrow \theta_\delta = \frac{n_1}{n_2}\sin^{-1}\theta_\pi \overset{\theta_\pi = 0}{\Longrightarrow} \boxed{\theta_\delta = 0}$

ΚΡΙΤΗΡΙΟ RAYLEIGH

Ελάχιστο Γωνιακό Άνοιγμα $(\Delta\varphi)_{min}$

$\boxed{(\Delta\varphi)_{min} = 1{,}22\frac{\lambda}{D}}$ **με** $\begin{matrix} D = \text{Διάμετρος του Φακού} \\ \lambda = \text{Μήκος Κύματος Φωτός} \end{matrix}$

ΥΠΟΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΜΟΝΑΔΩΝ

(d) deci $= 10^{-1}$	(μ) micro $= 10^{-6}$
(c) centi $= 10^{-2}$	(n) nano $= 10^{-9}$
(m) mili $= 10^{-3}$	(p) pico $= 10^{-12}$

ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑ ΜΟΝΑΔΩΝ

(da) deca $= 10$	(M) mega $= 10^6$
(H) hecto $= 10^2$	(G) giga $= 10^9$
(K) kilo $= 10^3$	(T) tera $= 10^{12}$