

ΠΟΛΩΤΙΚΑ ΦΙΛΤΡΑ (Polaroids)

Συγγραφή – Επιμέλεια: Παναγιώτης Φ. Μοίρας



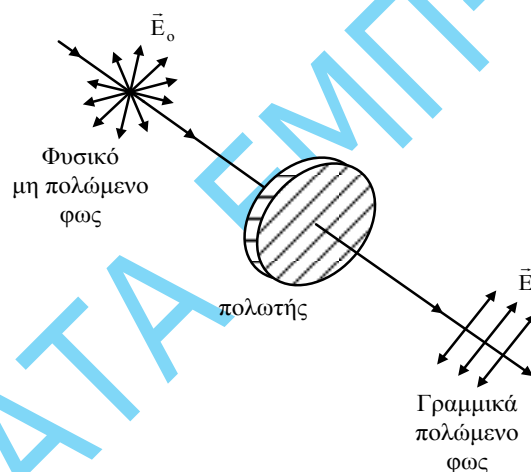
4. Πόλωση

Η ηλεκτρομαγνητική θεωρία του Maxwell προβλέπει ότι το φως, όπως ολόκληρη η ηλεκτρομαγνητική ακτινοβολία, είναι **εγκάρσιο κύμα**, αφού οι διευθύνσεις των ταλαντούμενων διανυσμάτων ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου είναι κάθετες προς την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

Τα εγκάρσια κύματα έχουν το επιπρόσθετο χαρακτηριστικό ότι είναι **γραμμικά πολωμένα**, που σημαίνει ότι τα διανύσματα του ηλεκτρικού πεδίου \vec{E} είναι παράλληλα μεταξύ τους σε όλα τα σημεία του κύματος. Το ταλαντούμενο διάνυσμα \vec{E} και η διεύθυνση διάδοσης σχηματίζουν ένα επίπεδο που ονομάζεται **επίπεδο ταλάντωσης** και σε ένα γραμμικά πολωμένο κύμα όλα αυτά τα επίπεδα είναι παράλληλα.

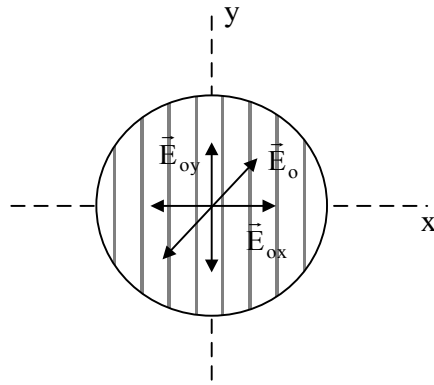
Το φως που παράγεται από πολλές πηγές, όπως από ένα λαμπτήρα πυρακτώσεως ή από τον ήλιο, ονομάζεται **φυσικό φως** και είναι μη πολωμένο. Αυτό οφείλεται στο ότι κάθε ακτίνα φυσικού φωτός αποτελείται από μεγάλο αριθμό στοιχειωδών κυμάτων, καθένα από τα οποία έχει τυχαία προσανατολισμένο επίπεδο ταλάντωσης.

Το φυσικό φως (μη πολωμένο κύμα) μπορεί να πολωθεί με τη βοήθεια διαφορών μεθόδων, όπως με τα πολωτικά φίλτρα ή με ανάκλαση, που θα εξεταστούν στη συνέχεια.



Σχήμα 5

Το **Σχήμα 5** δείχνει φυσικό (μη πολωμένο) φως που προσπίπτει σε φύλλο πολωτικού υλικού (**πολωτής**), που στο εμπόριο λέγεται **Polaroid**. Στον πολωτή υπάρχει μια ορισμένη χαρακτηριστική διεύθυνση πολώσεως, που δείχνεται με τις παράλληλες γραμμές και καθορίζεται από τον κατασκευαστή. Ο πολωτής θα επιτρέψει τη διέλευση μόνο εκείνων των κυματοσυρμών που τα ηλεκτρικά τους διανύσματα ταλαντώνονται παράλληλα προς αυτή τη διεύθυνση και θα απορροφήσει εκείνους που τα διανύσματά τους ταλαντώνονται κάθετα προς αυτή τη διεύθυνση. Έτσι το εξερχόμενο φως θα είναι γραμμικά πολωμένο.



Σχήμα 6

Το φυσικό φως όταν διέρχεται μέσα από ένα Polaroid, χάνει ένα σημαντικό ποσοστό από την έντασή του.

Στο Σχήμα 6 ο πολωτής βρίσκεται στο επίπεδο της σελίδας και η διεύθυνση διαδόσεως του φυσικού φωτός είναι προς τη σελίδα. Το διάνυσμα \vec{E}_0 παριστά το επίπεδο ταλάντωσης ενός τυχαίου κυματοσυρμού που προσπίπτει πάνω στον πολωτή. Το κύμα αυτό μπορεί να αναλυθεί σε δυο συνιστώμενα κύματα, ένα κάθετο προς το χαρακτηριστικό επίπεδο πόλωσης με

πλάτος $E_{ox} = E_0 \sin \theta$ και σε ένα παράλληλο προς αυτό με πλάτος $E_{oy} = E_0 \cos \theta$. Από τον πολωτή θα διέλθει μόνο η παράλληλη συνιστώσα E_{oy} στο χαρακτηριστικό του επίπεδο, ενώ η άλλη θα απορροφηθεί μέσα στον πολωτή. Το αποτέλεσμα είναι το εξερχόμενο φως να είναι γραμμικά πολωμένο.

Η ένταση της ακτινοβολίας της δέσμης του φυσικού φωτός είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους του κύματος και συγκεκριμένα είναι:

$$I_0 = \frac{c}{4\pi} E_0^2 \quad (17)$$

Στην αρχική δέσμη του φυσικού φωτός, λόγω της τυχαίας κατανομής των διευθύνσεων του \vec{E}_0 , κατά μέσο όρο οι δυο συνιστώσες E_{ox} και E_{oy} θα είναι ίσες, άρα και οι εντάσεις ακτινοβολίας των δυο αυτών κυμάτων θα είναι ίσες. Δηλαδή:

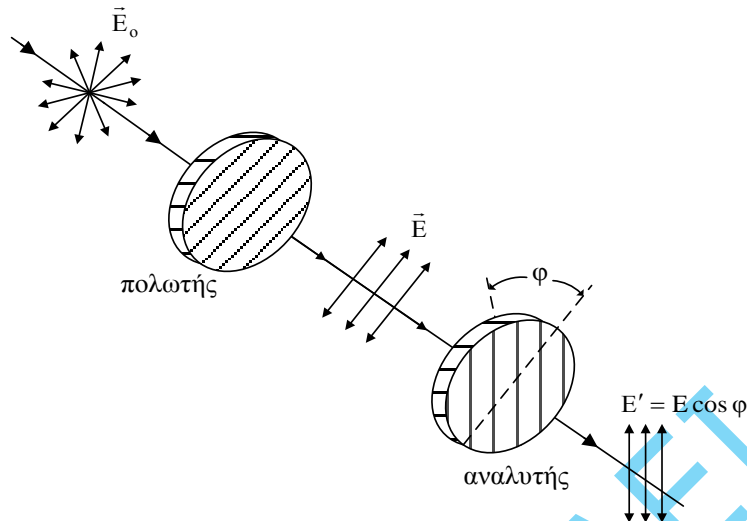
$$I_{ox} = I_{oy} \quad (18)$$

Συνεπώς κατά τη δίοδο του φωτός από τον πολωτή, διέρχονται μόνο οι παράλληλες συνιστώσες E_{oy} με αποτέλεσμα το εξερχόμενο φως να είναι γραμμικά πολωμένο και η έντασή του I να είναι ίση με το μισό της έντασης I_0 της προσπίπτουσας δέσμης. Δηλαδή:

$$I = \frac{1}{2} I_0 \quad (19)$$

Από τη σχέση (19) προκύπτει ότι η ένταση I του εξερχόμενου φωτός είναι σταθερή και ανεξάρτητη της γωνίας θ . Δηλαδή κατά την πρόσπτωση φυσικού φωτός σε πολωτή, δεν παρουσιάζονται μεταβολές στην ένταση του εξερχόμενου φωτός όταν στρέφεται ο πολωτής.

Εστω τώρα ότι το γραμμικά πολωμένο φως που εξέρχεται από τον πολωτή διέρχεται μέσω ενός δεύτερου πολωτή, που στην περίπτωση αυτή ονομάζεται **αναλυτής**.



Σχήμα 7

Η γωνία μεταξύ των αξόνων πόλωσης του πολωτή και του αναλυτή είναι φ . Είναι προφανές ότι αν E είναι το πλάτος του προσπίπτοντος γραμμικά πολωμένου φωτός πάνω στον αναλυτή τότε το πλάτος του εξερχόμενου φωτός από τον αναλυτή είναι $E \cos \varphi$. Δηλαδή από τον αναλυτή διέρχεται πάλι μόνο η παράλληλη συνιστώσα προς τον άξονα πόλωσης του, ενώ η κάθετη συνιστώσα απορροφάται.

Επειδή σύμφωνα με την (17) η ένταση ακτινοβολίας είναι ανάλογη με το τετράγωνο του πλάτους του κύματος ($I \sim E^2$), αν I είναι η ένταση της ακτινοβολίας της αρχικά πολωμένης δέσμης τότε η ένταση της ακτινοβολίας I' μετά τη διέλευση από τον αναλυτή είναι:

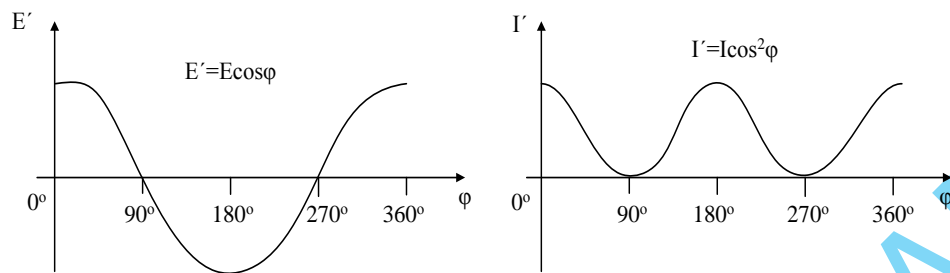
$$E' = E \cos \varphi \Rightarrow E'^2 = E^2 \cos^2 \varphi \Rightarrow \frac{c}{4\pi} E'^2 = \frac{c}{4\pi} E^2 \cos^2 \varphi \Rightarrow$$

$$\boxed{\Rightarrow I' = I \cos^2 \varphi} \quad (20)$$

Η σχέση (20) ονομάζεται **νόμος του Malus**.

Παρατηρείται ότι όταν οι διευθύνσεις πόλωσης πολωτή και αναλυτή είναι παράλληλες, δηλαδή όταν $\varphi = 0$ ή 180° , η διερχόμενη ένταση I' είναι μέγιστη ($I'_{\max} = I$), ενώ όταν οι διευθύνσεις πόλωσης είναι κάθετες, δηλαδή όταν $\varphi = 90^\circ$ ή 270° , η διερχόμενη ένταση I' είναι ελάχιστη ($I'_{\min} = 0$).

Επομένως στρέφοντας τον αναλυτή, η διερχόμενη ένταση I' μεταβάλλεται περιοδικά με τη γωνία φ και μηδενίζεται δυο φορές ανά κάθε περιστροφή. Στο ακόλουθο σχήμα φαίνονται τα γραφήματα της μεταβολής του πλάτους E' και της έντασης ακτινοβολίας I' της εξερχόμενης δέσμης κατά τη στροφή του αναλυτή κατά μια πλήρη περιστροφή.



Σχήμα 8

▣ Παράδειγμα

Δυο πολωτικά φύλλα τοποθετούνται έτσι ώστε η γωνία μεταξύ των αξόνων πόλωσης τους να είναι 30° . Το προσπίπτον σε αυτά φυσικό μη πολωμένο φως έχει ένταση I_0 .

α) Να υπολογιστεί η ένταση του φωτός που διέρχεται από τον πρώτο πολωτή καθώς και η ένταση του φωτός από το δεύτερο πολωτή.

β) Κατά πόση γωνία πρέπει να είναι στραμμένα τα φύλλα μεταξύ τους ώστε η ένταση που διέρχεται από το δεύτερο πολωτή να είναι το μισό της έντασης που διέρχεται από τον πρώτο πολωτή;

Λύση

α) Όπως εξηγήθηκε στα προηγούμενα η ένταση ακτινοβολίας που διέρχεται από τον πρώτο πολωτή, ανεξάρτητα του προσανατολισμού του είναι το μισό της έντασης I_0 του προσπίπτοντος φυσικού φωτός. Δηλαδή:

$$I = \frac{I_0}{2}$$

Σύμφωνα με το νόμο του Malus η ένταση του φωτός που διέρχεται από το δεύτερο πολωτή είναι :

$$I' = I \cos^2 \varphi = \frac{I_0}{2} \cos^2 30^\circ = \frac{I_0}{2} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{I_0}{2} \frac{3}{4} \Rightarrow I' = \frac{3}{8} I_0$$

β) Για να είναι η ένταση που διέρχεται από το δεύτερο πολωτή η μισή αυτής που διέρχεται από τον πρώτο πολωτή, δηλαδή για $I' = I/2$ θα πρέπει σύμφωνα με το νόμο του Malus να ισχύει:

$$I' = I \cos^2 \theta \Rightarrow \frac{I}{2} = I \cos^2 \theta \Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos \theta = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \theta = \cos^{-1} \left(\pm \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \Rightarrow \theta = \pm 45^\circ, \pm 135^\circ$$

Σημειώνεται ότι ανεξάρτητα από το ποιος πολωτής στρέφεται ή κατά ποια διεύθυνση λαμβάνεται το ίδιο αποτέλεσμα.

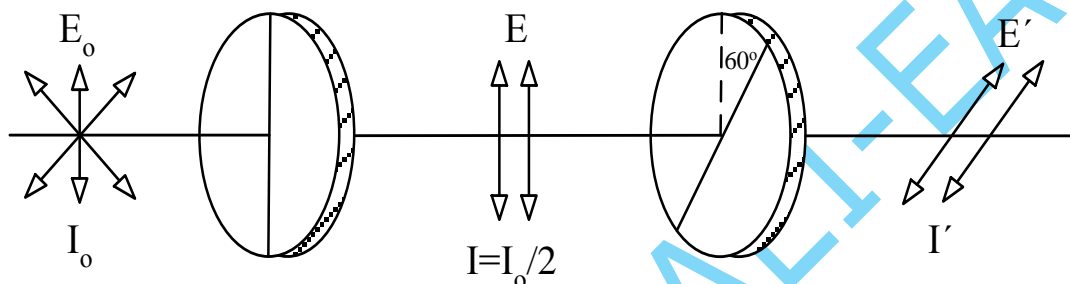
ΜΑΘΗΜΑΤΑ ΕΜΠ-ΑΕΙ-ΕΑΠ-ΤΕΙ

EMC²

ΘΕΜΑ 22

Μη πολωμένο φως έντασης I_0 προσπίπτει σε πολωτικό φίλτρο. Το εξερχόμενο φως διέρχεται μέσω ενός δεύτερου πολωτικού φίλτρου, του οποίου ο άξονας σχηματίζει γωνία 60° με τον άξονα του πρώτου φίλτρου. Να βρείτε την ένταση της δέσμης μετά τη διέλευσή της από το δεύτερο πολωτή και την κατάσταση πόλωσής της.

Λύση



Η ένταση του φωτός που διέρχεται από τον πρώτο πολωτή, σύμφωνα με την (4 – 19) είναι:

$$I = \frac{I_0}{2}$$

Επομένως η ένταση του φωτός που διέρχεται από το δεύτερο πολωτή, σύμφωνα με το νόμο του Malus (4 – 20) είναι:

$$I' = I \cos^2 \varphi = \frac{I_0}{2} \cos^2 60^\circ = \frac{I_0}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{I_0}{2} \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow I' = \frac{I_0}{8}$$

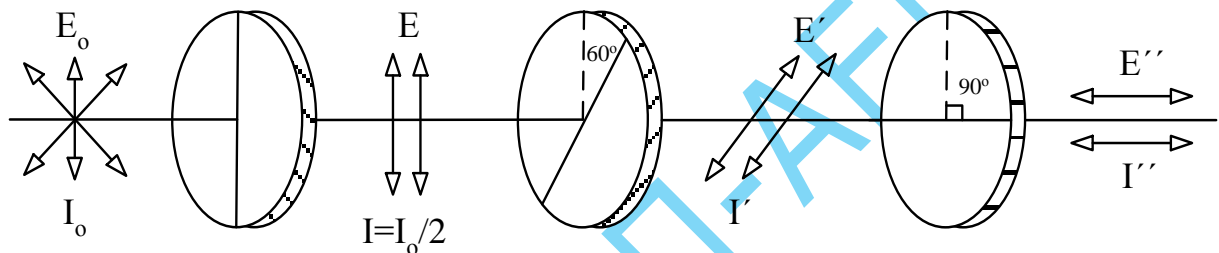
Το διερχόμενο φως από το δεύτερο πολωτή είναι γραμμικά πολωμένο και σχηματίζει γωνία 60° με το γραμμικά πολωμένο φως που εξέρχεται από τον πρώτο πολωτή, όπως φαίνεται στο σχήμα.

ΘΕΜΑ 23

Τρία πολωτικά φίλτρα συστοιχούνται διαδοχικά με τις επιφάνειές τους παράλληλες, ενώ ο άξονας πόλωσης του δεύτερου και τρίτου πολωτή σχηματίζει γωνία 60° και 90° αντίστοιχα με τον άξονα πόλωσης του πρώτου πολωτή.

α) Αν μη πολωμένο φως έντασης I_0 προσπίπτει στη διάταξη των πολωτών, βρείτε την ένταση και την κατάσταση πόλωσης του φωτός που εξέρχεται από κάθε φίλτρο.

β) Αν απομακρυνθεί το δεύτερο φίλτρο, πόση είναι η ένταση της φωτεινής δέσμης που εξέρχεται από καθένα από τα άλλα δυο φίλτρα;

Λύση

Η ένταση του φωτός που εξέρχεται από το πρώτο πολωτικό φίλτρο, σύμφωνα με την (4 – 19) είναι:

$$I = \frac{I_0}{2} \quad (1)$$

Το φως αυτό είναι γραμμικά πολωμένο στη διεύθυνση του άξονα πόλωσης του πρώτου φίλτρου.

Όταν το φως εξέρχεται από το δεύτερο πολωτικό φύλλο είναι γραμμικά πολωμένο ως προς τη διεύθυνση του άξονα πόλωσης του φίλτρου αυτού και επειδή η γωνία μεταξύ των αξόνων πόλωσης των δυο πρώτων πολωτικών φίλτρων είναι $\varphi = 60^\circ$, η ένταση του φωτός αυτού, σύμφωνα με το νόμο του Malus (4 – 20) είναι:

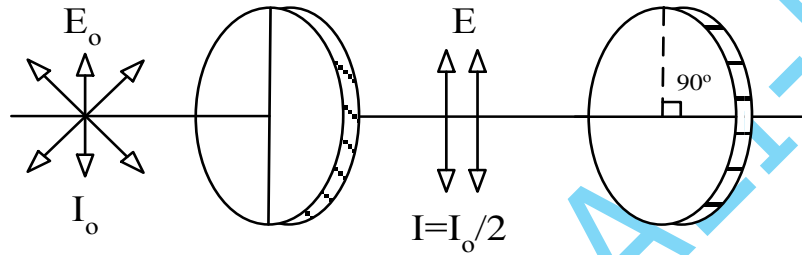
$$I' = I \cos^2 \varphi = \frac{I_0}{2} \cos^2 60^\circ = \frac{I_0}{2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow I' = \frac{I_0}{8} \quad (2)$$

Τελικά όταν το φως εξέρχεται από το τρίτο πολωτικό φίλτρο είναι γραμμικά πολωμένο ως προς τη διεύθυνση του άξονα πόλωσης του τρίτου φίλτρου, δηλαδή η πόλωση είναι κάθετη ως προς την πόλωση του διερχόμενου φωτός από το πρώτο φίλτρο.

Επειδή η γωνία μεταξύ των αξόνων πόλωσης του δεύτερου και του τρίτου πολωτικού φίλτρου είναι $\theta = 30^\circ$, η ένταση του εξερχόμενου φωτός από το τρίτο φίλτρο, σύμφωνα με το νόμο του Malus (4 – 20) είναι:

$$I'' = I' \cos^2 \theta = \frac{(2)I_0}{8} \cos^2 30^\circ = \frac{I_0}{8} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{I_0}{8} \cdot \frac{3}{4} \Rightarrow I'' = \frac{3}{32} I_0$$

β)



Αν απομακρυνθεί το δεύτερο πολωτικό φίλτρο, τότε η ένταση του φωτός που εξέρχεται από το πρώτο φίλτρο σύμφωνα με την (4 – 19) είναι πάλι:

$$I = \frac{I_0}{2}$$

Επειδή τώρα η γωνία μεταξύ των αξόνων πόλωσης των δυο αυτών φίλτρων είναι $\varphi = 90^\circ$, η ένταση του τελικά εξερχόμενου φωτός, σύμφωνα με το νόμο του Malus (4 – 20) είναι:

$$I' = I \cos^2 \varphi = \frac{I_0}{2} \cos^2 90^\circ \Rightarrow I' = 0$$

Δηλαδή στην περίπτωση αυτή δεν εξέρχεται φως από το τελικό πολωτικό φίλτρο.

ΘΕΜΑ 24

Τρία πολωτικά φίλτρα συστοιχούνται με τα επίπεδα των επιφανειών τους παράλληλα, ενώ οι άξονες πόλωσης του δεύτερου και του τρίτου πολωτή σχηματίζουν γωνίες θ και 90° αντίστοιχα με τον άξονα πόλωσης του πρώτου πολωτή.

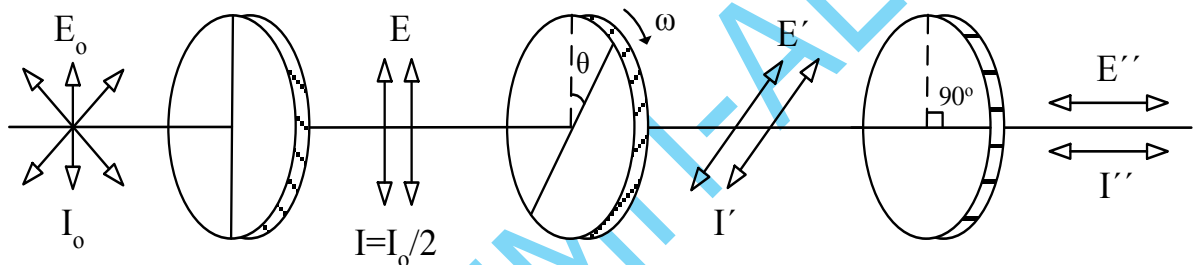
Μη πολωμένο φως έντασης I_0 προσπίπτει στη συστοιχία.

α) Βρείτε μια έκφραση για την ένταση του φωτός που εξέρχεται από τη συστοιχία των πολωτών συναρτήσει των I_0 και θ .

β) Για ποια τιμή του θ μεγιστοποιείται η ένταση της εξερχόμενης δέσμης;

γ) Αν ο μεσαίος πολωτής περιστρέφεται γύρω από τον άξονα με γωνιακή ταχύτητα ω , να βρεθεί η ένταση της διερχόμενης ακτινοβολίας από τον τρίτο πολωτή.

Λύση



α) Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία του ερωτήματος **(α)** του **Θέματος 22** προκύπτει ότι η ένταση από το πρώτο φίλτρο είναι:

$$I = I_0 / 2 \quad (1)$$

Από το νόμο του Malus η ένταση του φωτός από το δεύτερο φίλτρο είναι:

$$I' = I \cos^2 \theta \Rightarrow I' = \frac{I_0}{2} \cos^2 \theta \quad (2)$$

Αντίστοιχα επειδή η γωνία των αξόνων πόλωσης του δεύτερου και του τρίτου φίλτρου είναι $90^\circ - \theta$, η ένταση I'' της εξερχόμενης δέσμης από τη συστοιχία των πολωτών, σύμφωνα με το νόμο του Malus είναι:

$$I'' = I' \cos^2 (90^\circ - \theta) = \frac{I_0}{2} \cos^2 \theta \cos^2 (90^\circ - \theta) \Rightarrow I'' = \frac{I_0}{2} \cos^2 \theta \sin^2 \theta \quad (3)$$

όπου λόγω συμπληρωματικότητας $\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$.

β) Η τιμή του θ για την οποία μεγιστοποιείται η ένταση I'' της εξερχόμενης δέσμης αντιστοιχεί στον προσδιορισμό του μεγίστου της συνάρτησης $I''(\theta)$, δηλαδή της (3). Επομένως:

$$\begin{aligned} \frac{dI''}{d\theta} = 0 &\Rightarrow \frac{I_0}{2} [2 \cos\theta(-\sin\theta) \sin^2\theta + \cos^2\theta 2\sin\theta\cos\theta] = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \frac{2I_0}{2} (-\cos\theta\sin^3\theta + \cos^3\theta\sin\theta) = 0 \Rightarrow \cos^3\theta\sin\theta - \cos\theta\sin^3\theta = 0 \Rightarrow \\ &\Rightarrow \cos^3\theta\sin\theta = \cos\theta\sin^3\theta \Rightarrow \cos^2\theta = \sin^2\theta \Rightarrow \cos\theta = \sin\theta \Rightarrow \theta = 45^\circ \end{aligned}$$

Άρα για $\theta = 45^\circ$ είναι:
$$I''_{\max} = \frac{I_0}{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{I_0}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow I''_{\max} = \frac{I_0}{8}$$

γ) Όταν ο μεσαίος πολωτής περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα ω , η γωνία θ που θα σχηματίζει ο άξονάς του με τον πρώτο πολωτή κάθε χρονική στιγμή θα είναι $\theta = \omega t$. Επίσης σύμφωνα με τα παραπάνω η ένταση της εξερχόμενης δέσμης από τον τρίτο πολωτή θα είναι σύμφωνα με την (3) :

$$I'' = \frac{I_0}{2} \cos^2\theta \sin^2\theta$$

Εφαρμόζοντας τις τριγωνομετρικές ταυτότητες :

$$\begin{aligned} \cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta \quad \text{και} \quad \sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta \quad \text{προκύπτει :} \\ \cos 4\theta = 1 - 2\sin^2 2\theta = 1 - 2(2\sin\theta\cos\theta)^2 \Rightarrow \cos 4\theta = 1 - 8\sin^2\theta\cos^2\theta \Rightarrow \\ \Rightarrow \sin^2\theta\cos^2\theta = \frac{1 - \cos 4\theta}{8} \end{aligned}$$

Άρα :
$$I'' = \frac{I_0}{16} (1 - \cos 4\theta) \Rightarrow I'' = \frac{I_0}{16} (1 - \cos 4\omega t)$$

Δηλαδή η εξερχόμενη ακτινοβολία έχει τετραπλάσια συχνότητα της συχνότητας περιστροφής.