☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

ΜΙΚΡΕΣ ΟΠΕΣ
ΘΕΩΡΙΑ & ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Περιεχόμενα

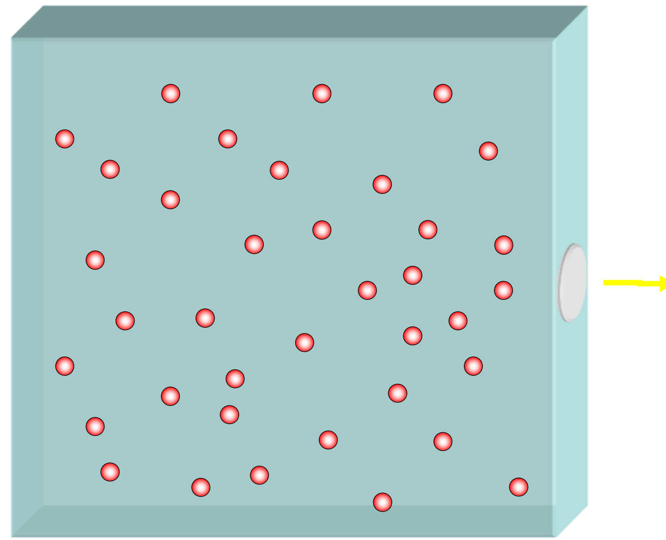
☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

1. Μικρές Οπές

Θεωρούμε ιδανικό αέριο που βρίσκεται σε δοχείο όγκου V με μία μικρή οπή.

Εξωτερικά του δοχείου υπάρχει κενό

Θα υπολογίσουμε των αριθμό των μορίων (dN) που διαφεύγουν σε χρονικό διάστημα dt



Μικρή οπή διατομής S

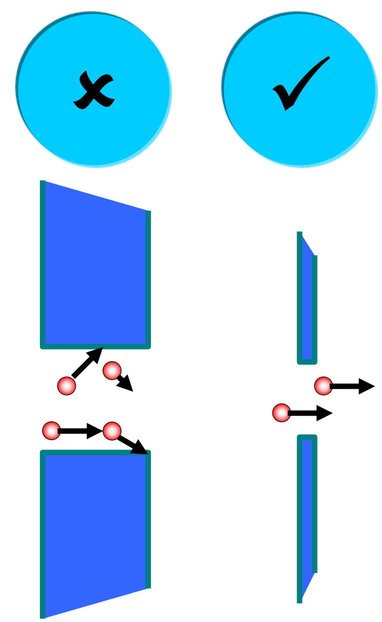
Τα **τοιχώματα** του δοχείου πρέπει να είναι **λεπτά**

2. Αποφεύγουμε σκεδάσεις των σωματιδίων με τα τοιχώματα

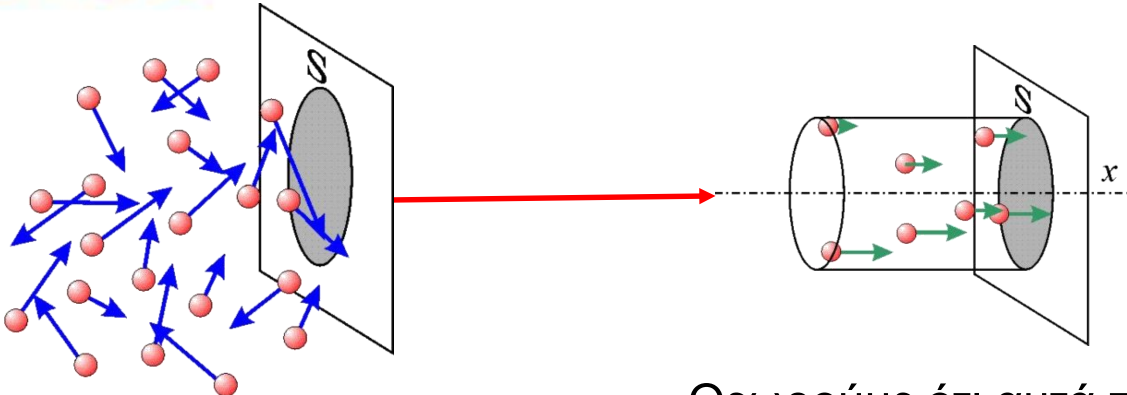
1. Αποφεύγουμε μεγάλη συγκέντρωση σωματιδίων στην έξοδο ή στην είσοδο

Η **οπή** πρέπει να είναι **μικρή.**

Ώστε τα σωματίδια που θα διαφεύγουν θα έχουν ταχύτητα κάθετη στην επιφάνεια της οπής



☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com



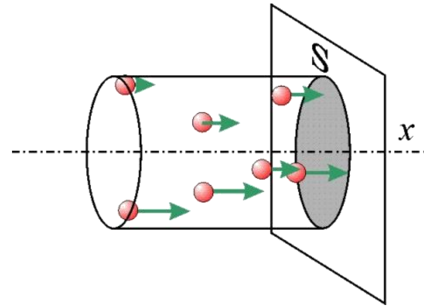
Έστω κύλινδρος μήκους $dx = \langle u_x^+ \rangle dt$

Τα μόρια κοντά στην διατομή κινούνται χαοτικά.

Θεωρούμε ότι αυτά που διαφεύγουν έχουν οριζόντια θετική συνιστώσα ταχύτητας $\langle u_x^+ \rangle$.

Θεωρούμε ότι

- Η αρχική συγκέντρωση στο δοχείο (πριν το άνοιγμα της οπής) είναι: $n_o = \frac{N}{V}$ — N → Αριθμός των σωματιδίων, V → Όγκος δοχείο
- Η συγκέντρωση των σωματιδίων που βρίσκονται μέσα στο κύλινδρο την χρονική στιγμή t : $n(t)$
- Η μέση ταχύτητα των σωματιδίων που κινούνται στο θετικό ημιάξονα: $\langle u_x^+ \rangle$
- Ο αριθμός των μορίων που διαφεύγουν από το δοχείο σε χρόνο dt: $dN_{\varepsilon\xi}$
- Ο αριθμός των μορίων που εισέρχονται σε χρόνο dt: $dN_{\varepsilon\iota\sigma}$



Ο αριθμός των σωματιδίων που βρίσκονται στο κύλινδρο και τελικά θα διαφύγουν μέσα σε χρόνο dt:

$$dN_{\varepsilon\xi} = n(t)\,dV_{\kappa\upsilon\lambda} \Rightarrow dN_{\varepsilon\xi} = nSdx \Rightarrow$$

$$dN_{\varepsilon\xi} = nS\langle \upsilon_x^+ \rangle dt$$

Επειδή έξω υπάρχει κενό και τα μόρια που διαφεύγουν δεν ξαναεπιστρέφουν πίσω έτσι τα εισερχόμενα σωματίδια στο δοχείο θα είναι:

$$dN_{\varepsilon\iota\sigma} = 0$$

Η **συχνότητα κρούσεων** με τα τοιχώματα του δοχείο είναι αριθμό των μορίων στη μονάδα του χρόνου και στη μονάδα της επιφάνειας δηλαδή:

$$\nu = \frac{dN_{\varepsilon\xi}}{Sdt} = \frac{nS\langle \upsilon_x^+ \rangle dt}{Sdt} = n\langle \upsilon_x^+ \rangle = \frac{1}{4} n\,\langle \upsilon \rangle$$

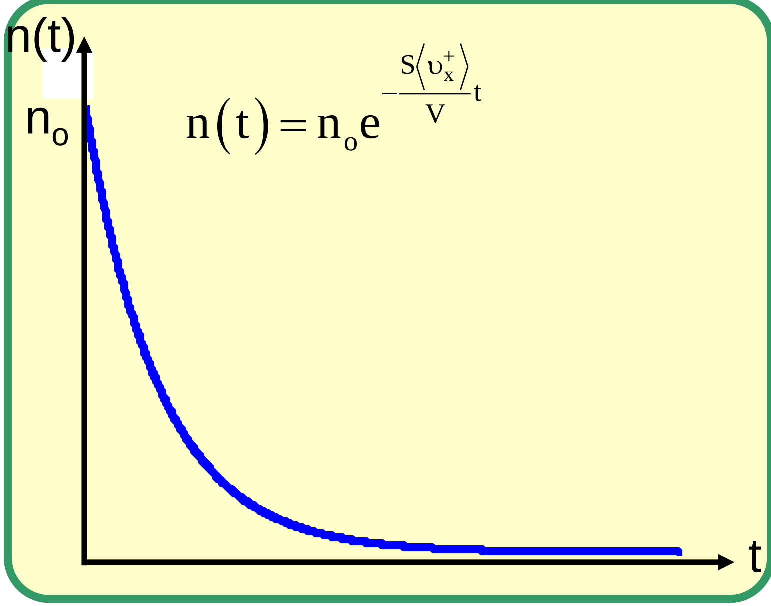
$$\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \qquad \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

Η συγκέντρωση του δοχείο θα είναι:

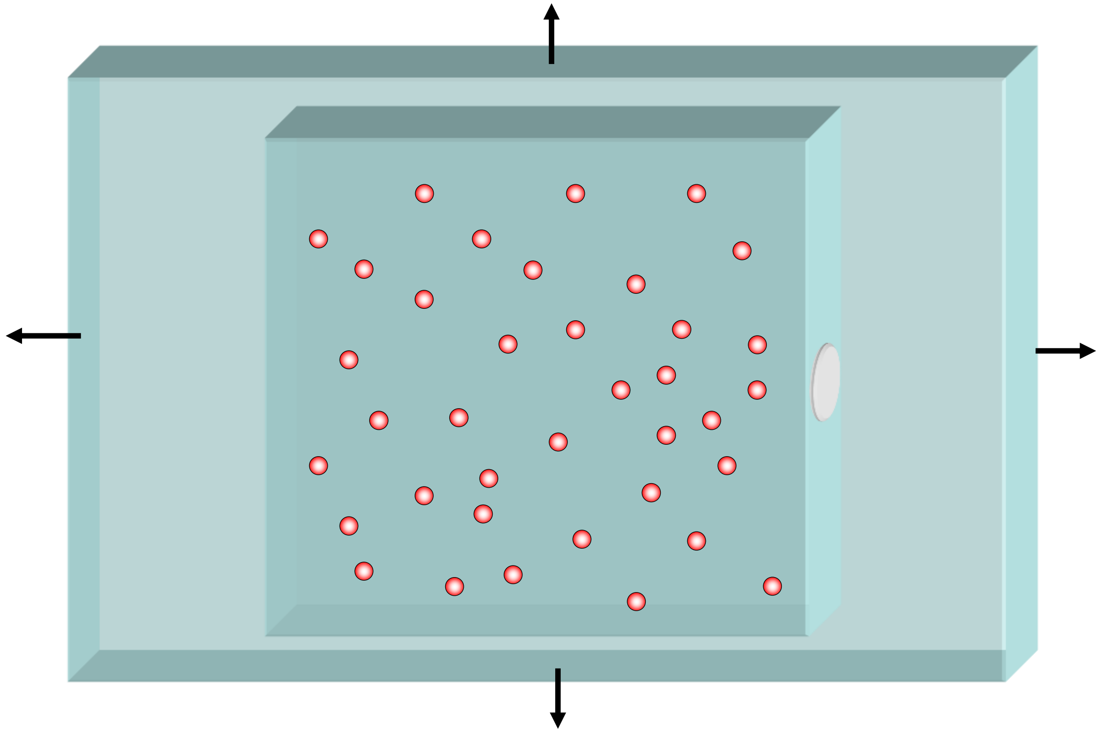
$$dn = \frac{dN_{\varepsilon\iota\sigma} - dN_{\varepsilon\xi}}{V} \Rightarrow$$

$$dn = \frac{0 - nS\langle \upsilon_x^+ \rangle dt}{V} \Rightarrow \frac{dn}{n} = -\frac{S\langle \upsilon_x^+ \rangle}{V} dt \Rightarrow \int_{n_o}^{n} \frac{dn}{n} = -\frac{S\langle \upsilon_x^+ \rangle}{V} \int_0^t dt \Rightarrow n(t) = n_o e^{-\frac{S\langle \upsilon_x^+ \rangle}{V} t}$$

Παρατήρηση 1



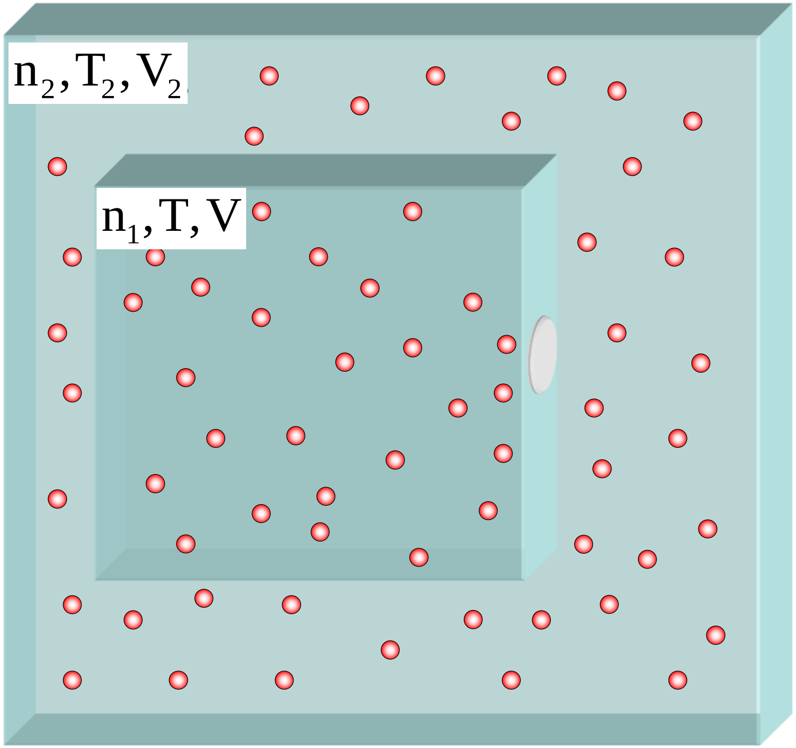
Στην διαδικασία που ακολουθήσαμε εξωτερικά του δοχείου (1) υπήρχε κενό και θεωρητικά ένα δεύτερο (2) και μεγαλύτερο δοχείο απείρων διαστάσεων. Δηλαδή τα σωματίδια που εξέρχονται από την μικρή οπή δεν ξαναγυρίζουν ποτέ πίσω στο αρχικό δοχείο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα η συγκέντρωση του δοχείου να ελαττώνεται μέχρι να μηδενιστεί. Με αυτόν τον τρόπο θα επέλθει ισορροπία αφού η συγκέντρωση μέσα και έξω θα είναι μηδενική.



☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Παρατήρηση 2

Αν το δεύτερο δοχείο (2) δεν είχε αυτές τις ιδιότητες (κενό και απείρων διαστάσεων) τότε θα είχαμε και έναν αριθμό σωματιδίων ο οποίος θα διαχέονταν από το δεύτερο δοχείο στο πρώτο.



Άρα για το μελετώμενο δοχείο (1) θα είχαμε:

$$dN_{\varepsilon\xi} = n_1 S\left\langle \upsilon^{+}_{x,1} \right\rangle dt$$

$$dN_{\varepsilon\iota\sigma} = n_2 S\left\langle \upsilon^{-}_{x,2} \right\rangle dt$$

$$dN_1 = dN_{\varepsilon\iota\sigma} - dN_{\varepsilon\xi} = n_2 S\underbrace{\left\langle \upsilon^{+}_{x,2} \right\rangle}_{=\left\langle \upsilon^{-}_{x,2} \right\rangle = \sqrt{\frac{kT_2}{2\pi m}}} dt - n_1 S\underbrace{\left\langle \upsilon^{+}_{x,1} \right\rangle}_{=\sqrt{\frac{kT_1}{2\pi m}}} dt$$

Ενώ η μεταβολή της συγκέντρωσης για το δοχείο (1) θα είναι:

$$dn_1 = \frac{\overbrace{n_2 S\left\langle \upsilon^{+}_{x,2} \right\rangle dt}^{dN_{\varepsilon\iota\sigma}} - \overbrace{n_1 S\left\langle \upsilon^{+}_{x,1} \right\rangle dt}^{dN_{\varepsilon\xi}}}{V}$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Παρατήρηση 3

Αν και τα δύο δοχεία δεν είναι κενά αλλά περιέχουν διαφορετικά αέρια τότε δεχόμαστε ότι το κάθε δοχείο είναι αρχικά κενό για το αέριο που αρχικά υπάρχει στο άλλο και πραγματοποιούμε την ίδια διαδικασία.

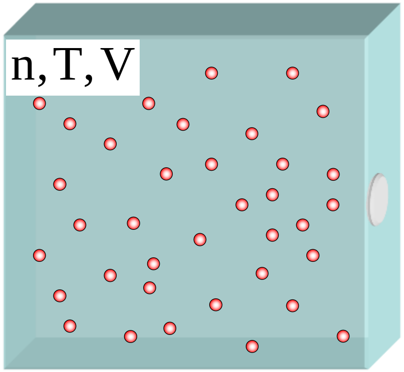
☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

2. Ασκήσεις

ΑΣΚΗΣΗ 1

Δοχείο όγκου V με λεπτά τοιχώματα, που είναι γεμάτο ιδανικό αέριο διατηρείται σε σταθερή θερμοκρασία T. Στο τοίχωμα του δοχείου ανοίγουμε οπή εμβαδού S, από την οποία τα μόρια διαφεύγουν στο κενό. Τι ποσότητα θερμότητας Q πρέπει να προσφέρουμε στο δοχείο στη μονάδα του χρόνου για να διατηρούμε τη θερμοκρασία σταθερή;

Εξωτερικά του δοχείου υπάρχει κενός χώρος πολύ μεγάλου όγκου. $\Rightarrow$ Τα μόρια που διαφεύγουν δεν επιστρέφουν ποτέ παίρνοντας μαζί τους και ένα μέρος της ενέργειας του αερίου



Τα εισερχόμενα σωματίδια σε χρόνο dt θα είναι: $dN_{εισ} = 0$

Τα εξερχόμενα σωματίδια σε χρόνο dt θα είναι: $dN_{εξ} = nS\langle υ_x^+ \rangle dt$

Άρα, η μεταβολή του αριθμού των σωματιδίων στο εσωτερικό του δοχείου θα είναι:

$$dN = dN_{εισ} - dN_{εξ} = -nS\langle υ_x^+ \rangle dt$$

Ενώ, η μεταβολή της συγκέντρωσης των σωματιδίων στο εσωτερικό του δοχείου θα είναι:

$$dn = \frac{dN_{εισ} - dN_{εξ}}{V} = \frac{-nS\langle υ_x^+ \rangle dt}{V}$$

dn < 0: ελάττωση

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

$$dn = \frac{-nS\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle dt}{V} \Rightarrow \frac{dn}{n} = -\frac{S\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle}{V}dt \Rightarrow \int_{n_o}^{n}\frac{dn}{n} = -\int_0^t \frac{S\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle}{V}dt \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln n\Big|_{n_o}^{n} = -\frac{S\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle}{V}t\Big|_0^t \Rightarrow \ln\frac{n}{n_o} = -\frac{S\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle}{V}t \Rightarrow n = n_o e^{-\frac{S\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle}{V}t}$$

• Ο ρυθμός μεταβολής των μορίων του δοχείο είναι:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{dN_{\varepsilon\iota\sigma} - dN_{\varepsilon\xi}}{dt} = -nS\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle = -n_o e^{-\frac{S\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle}{V}t} S\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle$$

• Η μέση ενέργεια ενός μορίου λόγω θερμικής κίνησης θα είναι:

$$\left\langle E \right\rangle = \frac{3}{2}kT$$

Το συνολικό ποσό της ενέργεια που χάνεται στη μονάδα του χρόνου θα είναι:

$$E_{OUT} = \frac{dN}{dt}\left\langle E \right\rangle = -n_o e^{-\frac{S\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle}{V}t} S\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle \frac{3}{2}kT = -n_o e^{-\frac{S}{V}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}t} S\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\frac{3}{2}kT = -\frac{3}{\sqrt{8\pi m}} n_o e^{-\frac{S}{V}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}t} (kT)^{3/2} S$$

$$\boxed{\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle = \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}$$

Άρα η ενέργεια που πρέπει να προσφέρουμε στο δοχείο στη μονάδα του χρόνου για να διατηρούμε τη θερμοκρασία σταθερή θα είναι:

$$Q(t) = +\frac{3}{\sqrt{8\pi m}} n_o e^{-\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\frac{S}{V}t} (kT)^{\frac{3}{2}} S$$

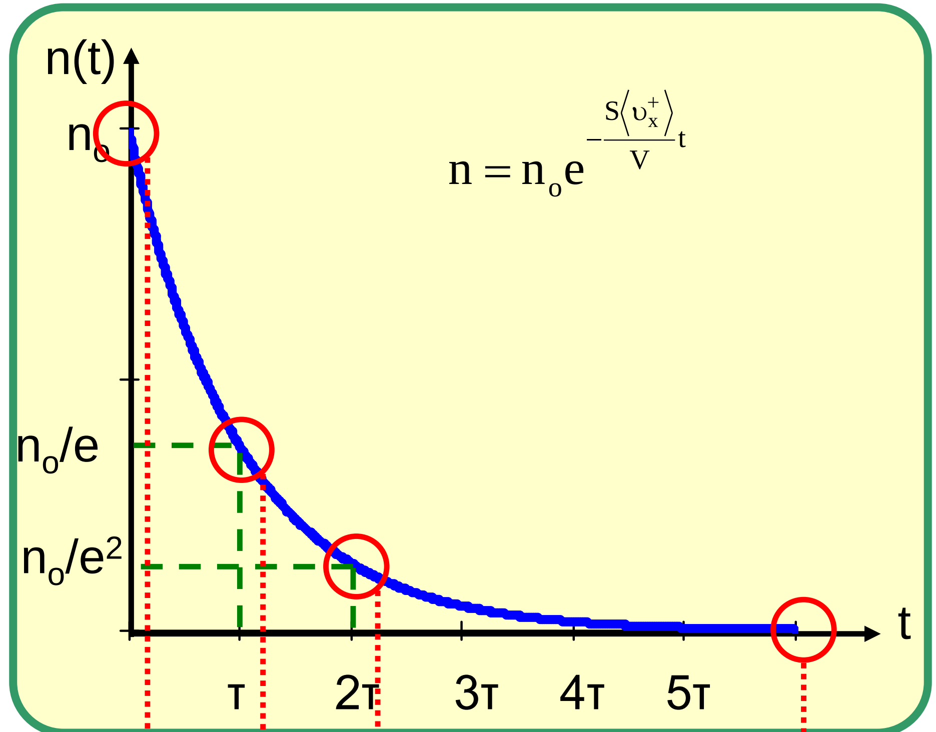
Παρατήρηση

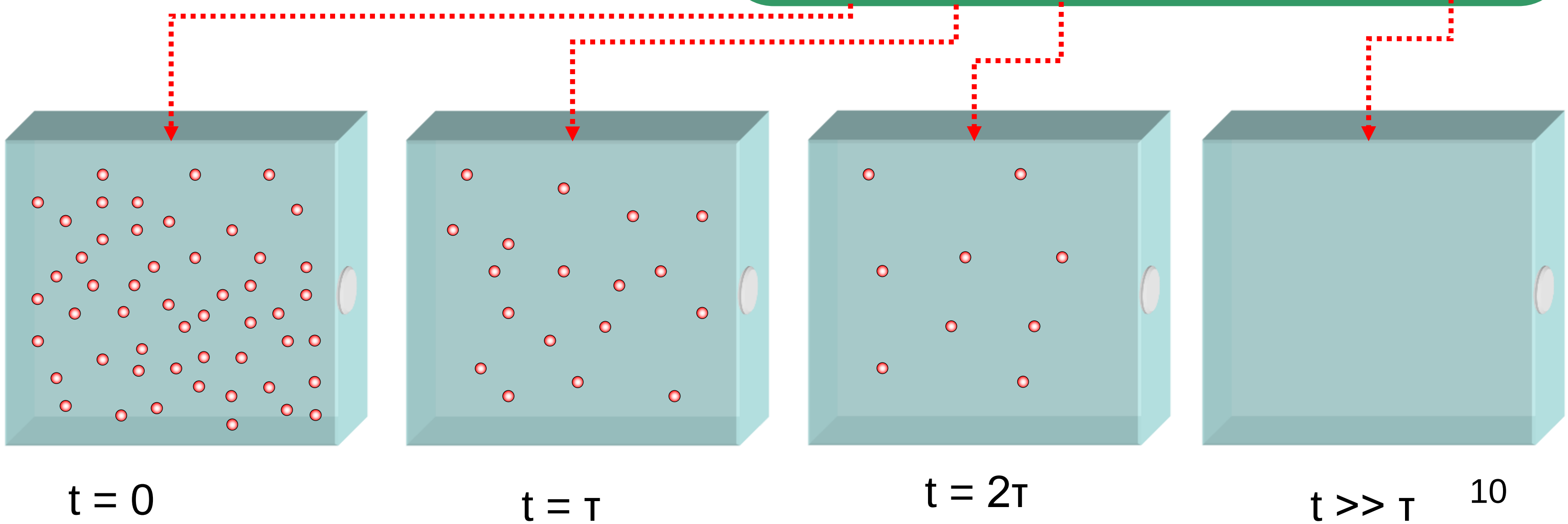
Το μέγεθος $\frac{S\langle \upsilon_x^+ \rangle}{V} = \frac{1}{\tau}$

έχει διαστάσεις αντιστρόφου χρόνου.

Την συγκέντρωση μπορούμε να την γράψουμε: $n = n_o e^{-\frac{t}{\tau}}$

ο τ είναι ένας χαρακτηριστικός χρόνος, συγκεκριμένα μετά από τόσο χρόνο η συγκέντρωση γίνεται n_o/e.



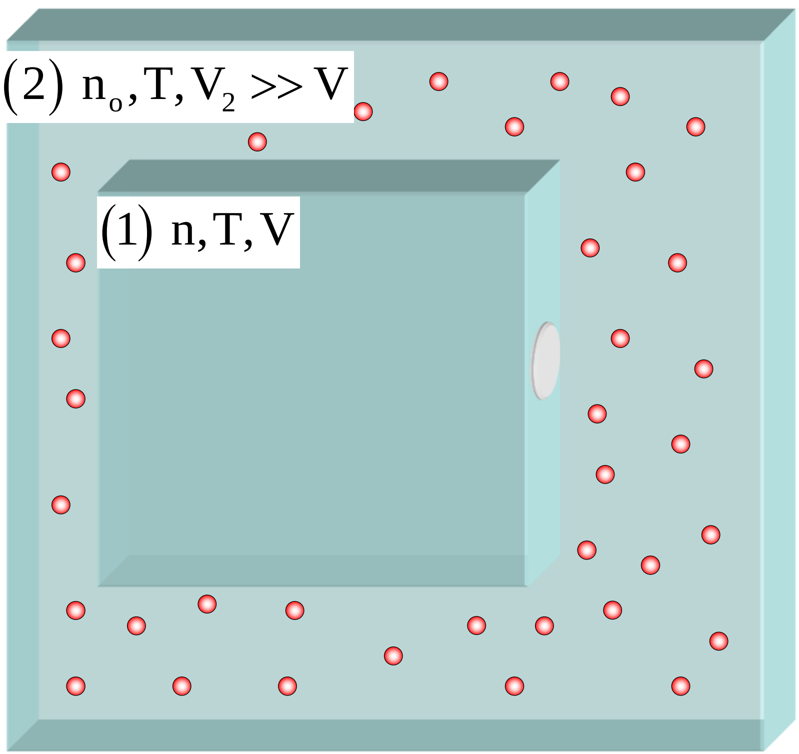


☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

ΑΣΚΗΣΗ 2

Εντελώς κενό δοχείο όγκου V με λεπτά τοιχώματα, τα οποία διατηρούνται συνεχώς σε σταθερή θερμοκρασία, τοποθετείται σε ιδανικό αέριο με σταθερή συγκέντρωση n_o, που έχει την ίδια θερμοκρασία. Πως θα μεταβάλλεται με την πάροδο του χρόνου η συγκέντρωση στο εσωτερικό του δοχείου, αν στα τοιχώματα ανοίξουμε πολύ μικρή οπή εμβαδού S.

Αρχικά



Η θερμοκρασία είναι και στα δύο δοχεία η ίδια άρα:

$$\underbrace{\langle \upsilon_x^- \rangle_2 = \langle \upsilon_x^+ \rangle_2 = \langle \upsilon_x^+ \rangle_1}_{=\ \langle \upsilon_x^+ \rangle}$$

Τα εισερχόμενα σωματίδια σε χρόνο dt θα είναι:

$$dN_{εισ} = n_o S \langle \upsilon_x^+ \rangle dt$$

Τα εξερχόμενα σωματίδια σε χρόνο dt θα είναι:

$$dN_{εξ} = n S \langle \upsilon_x^+ \rangle dt$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Η μεταβολή της συγκέντρωσης των σωματιδίων στο εσωτερικό του δοχείου (1) θα είναι:

dn > 0: αύξηση

$$dn = \frac{dN_{\varepsilon\iota\sigma} - dN_{\varepsilon\xi}}{V} \Rightarrow dn = \frac{n_o S\langle \upsilon_x^+ \rangle dt - nS\langle \upsilon_x^+ \rangle dt}{V} \Rightarrow \frac{dn}{n_o - n} = \frac{S}{V}\langle \upsilon_x^+ \rangle dt \Rightarrow$$

$$\int_0^n \frac{dn}{n_o - n} = \int_0^t \frac{S}{V}\langle \upsilon_x^+ \rangle dt \Rightarrow -\int_0^n \frac{(n_o - n)'}{n_o - n} dn = \int_0^t \frac{S}{V}\langle \upsilon_x^+ \rangle dt \Rightarrow$$

$$\ln(n_o - n)\Big|_0^n = -\frac{S}{V}\langle \upsilon_x^+ \rangle t \Rightarrow \ln\left(\frac{n_o - n}{n_o}\right) = -\frac{S}{V}\langle \upsilon_x^+ \rangle t \Rightarrow$$

$$\frac{n_o - n}{n_o} = e^{-\frac{S}{V}\langle \upsilon_x^+ \rangle t} \Rightarrow \boxed{n(t) = n_o\left(1 - e^{-\frac{S}{V}\langle \upsilon_x^+ \rangle t}\right)}$$

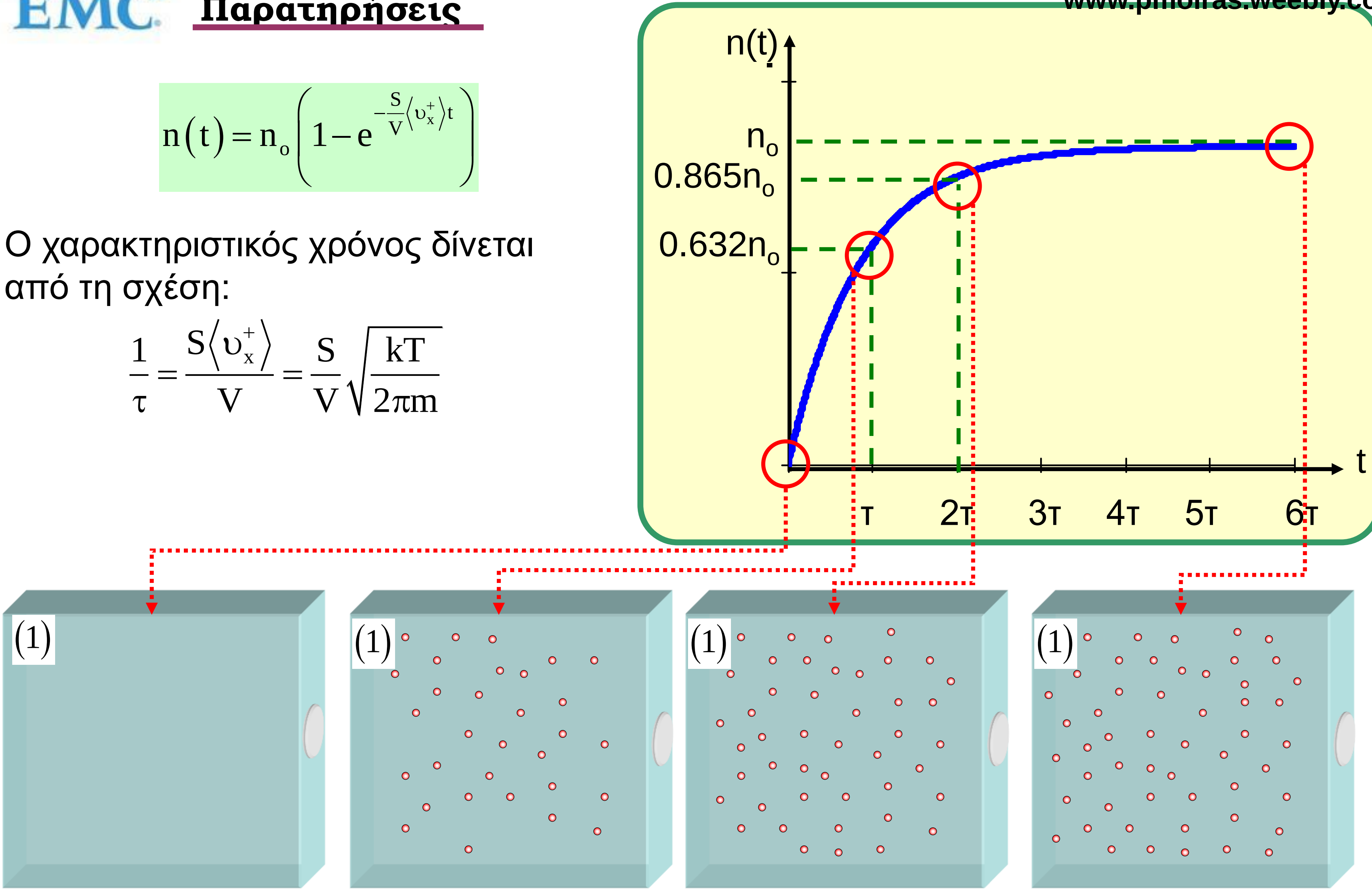
☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Παρατηρήσεις

$$n(t) = n_o\left(1 - e^{-\frac{S}{V}\langle \upsilon_x^+ \rangle t}\right)$$

Ο χαρακτηριστικός χρόνος δίνεται από τη σχέση:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{S\langle \upsilon_x^+ \rangle}{V} = \frac{S}{V}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

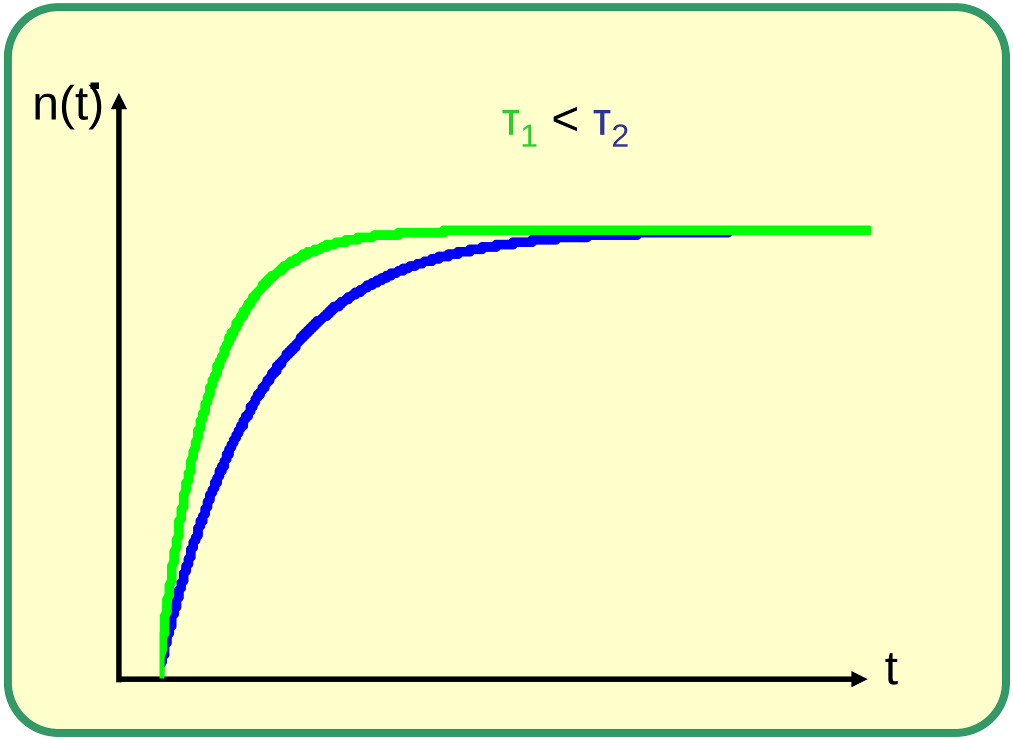


Η συγκέντρωση του δοχείου (1) τελικά εξισώνεται με την συγκέντρωση του μεγαλύτερου δοχείου (2) επικρατώντας ισορροπία.

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

$$\text{Αν}\ \left.\begin{array}{l}\text{Μεγαλώναμε την διατομή S}\\ \text{ή μικραίναμε τον όγκο του δοχείου 1}\\ \text{ή αυξάναμε την θερμοκρασία T και στα δύο δοχεία}\end{array}\right\}$$

Τότε, η διαδικασία θα γινόταν πιο γρήγορα, διότι μικραίνει ο χαρακτηριστικός χρόνος τ, (αυξάνει το 1/τ).

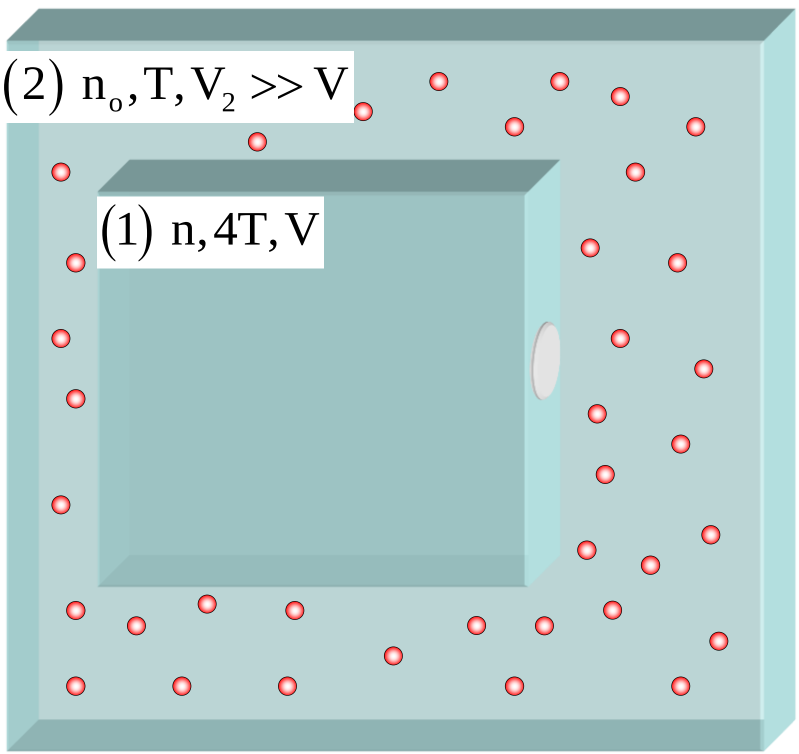


☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

ΑΣΚΗΣΗ 3

Δοχείο μικρής οπής επικοινωνεί με το περιβάλλον. Η θερμοκρασία του περιβάλλοντος είναι Τ και η πίεση p. Στο δοχείο η θερμοκρασία είναι διαρκώς 4Τ και σε όλη την έκταση του. Πόση είναι η πίεση στο εσωτερικό του δοχείου;

Αρχικά



Η θερμοκρασία είναι διαφορετική στα δύο δοχεία άρα:

$$\langle \upsilon_x^- \rangle_2 = \langle \upsilon_x^+ \rangle_2 = \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} = \langle \upsilon_x^+ \rangle$$

$$\langle \upsilon_x^+ \rangle_1 = \sqrt{\frac{k4T}{2\pi m}} = 2\langle \upsilon_x^+ \rangle$$

Η πίεση του ιδανικού αερίου για το δοχείο (1) δίνεται από την καταστατική εξίσωση:

$$P_1 V_1 = N_1 k T_1 \Rightarrow P_1 = n_1 k T_1 \Rightarrow P = 4nkT$$

Τα εισερχόμενα σωματίδια σε χρόνο dt θα είναι: $dN_{εισ} = \underline{n_o}S\langle\upsilon_x^-\rangle_2 dt = n_o S\langle\upsilon_x^+\rangle dt$

Τα εξερχόμενα σωματίδια σε χρόνο dt θα είναι: $dN_{εξ} = nS\langle\upsilon_x^+\rangle_1 dt = 2nS\langle\upsilon_x^+\rangle dt$

Η μεταβολή της συγκέντρωσης των σωματιδίων στο εσωτερικό του δοχείου (1) θα είναι:

dn > 0: αύξηση

$$dn = \frac{dN_{εισ} - dN_{εξ}}{V} \Rightarrow dn = \frac{n_o S\langle\upsilon_x^+\rangle dt - 2nS\langle\upsilon_x^+\rangle dt}{V} \Rightarrow \frac{dn}{n_o - 2n} = \frac{S}{V}\langle\upsilon_x^+\rangle dt \Rightarrow$$

$$\int_0^n \frac{dn}{n_o - 2n} = \int_0^t \frac{S}{V}\langle\upsilon_x^+\rangle dt \Rightarrow -\frac{1}{2}\int_0^n \frac{(n_o - 2n)'}{n_o - 2n} dn = \int_0^t \frac{S}{V}\langle\upsilon_x^+\rangle dt \Rightarrow$$

$$\ln(n_o - 2n)\Big|_0^n = -2\frac{S}{V}\langle\upsilon_x^+\rangle t \Rightarrow \ln\left(\frac{n_o - 2n}{n_o}\right) = -2\frac{S}{V}\langle\upsilon_x^+\rangle t \Rightarrow \frac{n_o - 2n}{n_o} = e^{-2\frac{S}{V}\langle\upsilon_x^+\rangle t} \Rightarrow$$

$$n(t) = \frac{n_o}{2}\left(1 - e^{-2\frac{S}{V}\langle\upsilon_x^+\rangle t}\right)$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Από τις σχέσεις:

$$\left.\begin{aligned} &P = 4nkT \\ &n(t) = \frac{n_o}{2}\left(1 - e^{-2\frac{S}{V}\langle \upsilon_x^+ \rangle t}\right) \\ &\langle \upsilon_x^+ \rangle = \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} \end{aligned}\right\} \qquad P = 2n_o kT\left(1 - e^{-2\frac{S}{V}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}t}\right)$$

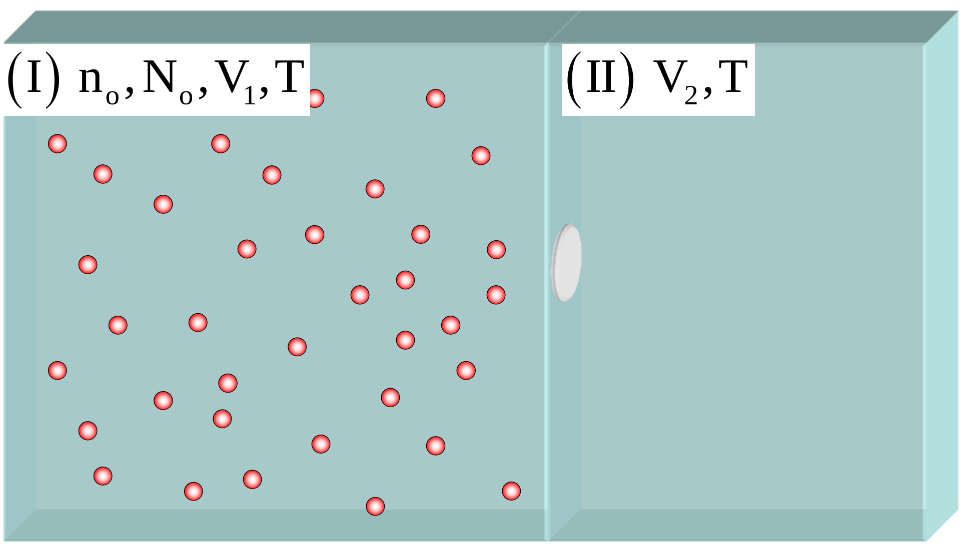
Παρατηρήσεις:

- Για $t = 0$ η πίεση είναι μηδενική, άρα δεν υπήρχαν μέχρι τότε μόρια μέσα στο δοχείο.
- Για $t \to \infty$ η πίεση είναι $P = 2n_o kT$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Δοχείο χωρίζεται από διάφραγμα σε δύο μέρη, με όγκους V_1 και V_2. Στο πρώτο μέρος υπάρχουν μόρια ιδανικού αερίου μάζας m, με συγκέντρωση n_o, ενώ το δεύτερο είναι κενό. Την χρονική στιγμή t = 0 ανοιγουμε στο διάφραγμα μικρή οπής εμβαδού S. Αν η θερμοκρασία και στα δύο μέρη διατηρείται σταθερή και ίση με T. Να υπολογιστεί η συγκέντρωση και στα δύο μέρη.

Αρχικά



	I	II
t = 0	$n_{o,I} = n_o$	$n_{o,II} = 0$
t > 0	$n_I = n$	$n_{II} =$

$$n_{II} = \frac{N_{o,I} - N_I}{V_2} = \frac{n_{o,I}V_1 - n_I V_1}{V_2} = (n_o - n)\frac{V_1}{V_2}$$

Η θερμοκρασία είναι και στα δύο δοχεία η ίδια άρα:

$$\underbrace{\langle \upsilon_x^- \rangle_{II} = \langle \upsilon_x^+ \rangle_{II} = \langle \upsilon_x^+ \rangle_{I}}_{=\ \langle \upsilon_x^+ \rangle}$$

Δοχείο I

Τα εισερχόμενα σωματίδια σε χρόνο dt θα είναι:

$$dN_{\varepsilon\iota\sigma} = n_{II} S \left\langle \upsilon_x^- \right\rangle_{II} dt = \left(n_o - n\right)\frac{V_1}{V_2} S \left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle dt$$

Τα εξερχόμενα σωματίδια σε χρόνο dt θα είναι:

$$dN_{\varepsilon\xi} = n_I S \left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle_I dt = n S \left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle dt$$

Η μεταβολή της συγκέντρωσης των σωματιδίων στο εσωτερικό του δοχείου (I) θα είναι:

dn < 0: ελάττωση

$$dn = \frac{dN_{\varepsilon\iota\sigma} - dN_{\varepsilon\xi}}{V_1} = -\frac{dN_{\varepsilon\xi} - dN_{\varepsilon\iota\sigma}}{V_1} \Rightarrow dn = -\frac{nS\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle dt - \left(n_o - n\right)\dfrac{V_1}{V_2} S\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle dt}{V_1} \Rightarrow$$

$$dn = -\left(n\frac{V_1+V_2}{V_2} - n_o\frac{V_1}{V_2}\right)\frac{S}{V_1}\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle dt \Rightarrow \frac{dn}{\left(n\dfrac{V_1+V_2}{V_2} - n_o\dfrac{V_1}{V_2}\right)} = -\frac{S}{V_1}\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle dt \Rightarrow$$

$$\int_{n_o}^{n}\frac{dn}{\left(n\dfrac{V_1+V_2}{V_2} - n_o\dfrac{V_1}{V_2}\right)} = \int_0^t \frac{S}{V_1}\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle dt \Rightarrow \frac{V_2}{V_1+V_2}\int_{n_o}^{n}\frac{\left(n\dfrac{V_1+V_2}{V_2} - n_o\dfrac{V_1}{V_2}\right)' dn}{\left(n\dfrac{V_1+V_2}{V_2} - n_o\dfrac{V_1}{V_2}\right)} = \int_0^t \frac{S}{V_1}\left\langle \upsilon_x^+ \right\rangle dt \Rightarrow$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

$$\frac{V_2}{V_1+V_2}\ln\left(n\frac{V_1+V_2}{V_2}-n_o\frac{V_1}{V_2}\right)\Bigg|_{n_o}^{n}=-\frac{S}{V_1}\left\langle \upsilon_x^+\right\rangle t \Rightarrow \ln\left(n\frac{V_1+V_2}{V_2}-n_o\frac{V_1}{V_2}\right)\Bigg|_{n_o}^{n}=-\frac{V_1+V_2}{V_1V_2}S\left\langle \upsilon_x^+\right\rangle t \Rightarrow$$

$$\ln\left(\frac{n\frac{V_1+V_2}{V_2}-n_o\frac{V_1}{V_2}}{n_o}\right)=-\frac{V_1+V_2}{V_1V_2}S\left\langle \upsilon_x^+\right\rangle t \Rightarrow n\frac{V_1+V_2}{V_2}-n_o\frac{V_1}{V_2}=n_o e^{-\frac{V_1+V_2}{V_1V_2}S\left\langle \upsilon_x^+\right\rangle t} \Rightarrow$$

$$n\frac{V_1+V_2}{V_2}=n_o\frac{V_1}{V_2}+n_o e^{-\frac{V_1+V_2}{V_1V_2}S\left\langle \upsilon_x^+\right\rangle t} \Rightarrow \boxed{n=\frac{n_o}{V_1+V_2}\left[V_1+V_2 e^{-\frac{V_1+V_2}{V_1V_2}S\left\langle \upsilon_x^+\right\rangle t}\right]}=n_I$$

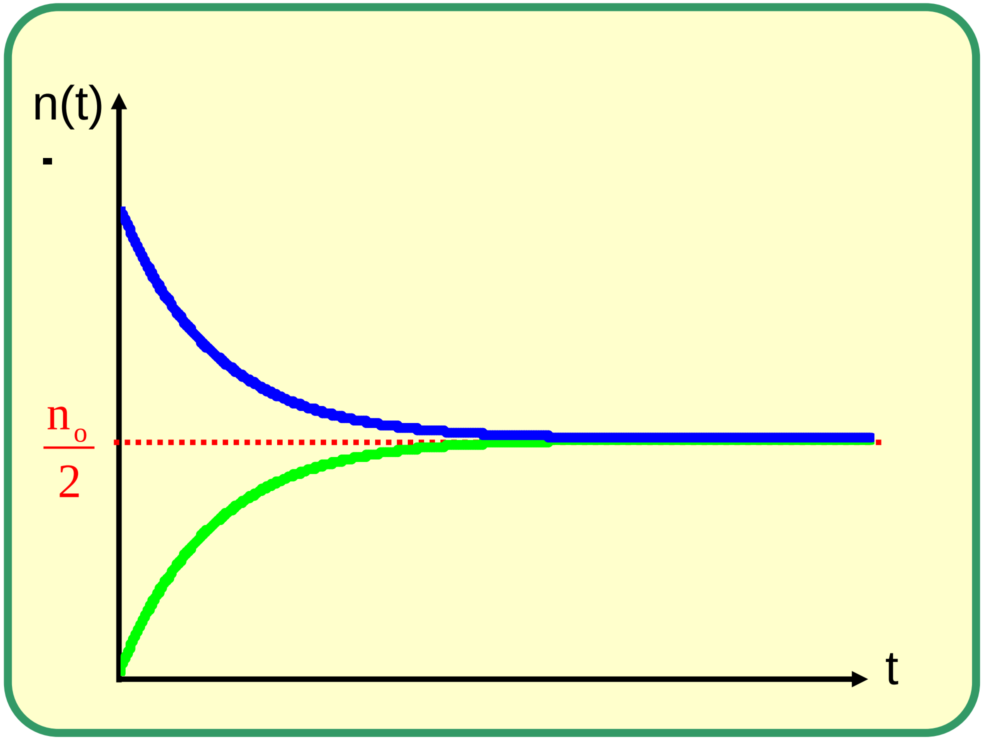
Δοχείο II

$$n_{II}=\left(n_o-n\right)\frac{V_1}{V_2}$$

Παρατηρήσεις

Αν τα δύο μέρη είχαν τον ίδιο όγκο $V_1 = V_2 = V$ τότε:

$$n_I = \frac{n_o}{2}\left[1 + e^{-\frac{2S\langle \upsilon_x^+ \rangle}{V}t}\right] \qquad n_{II} = \frac{n_o}{2}\left[1 - e^{-\frac{2S\langle \upsilon_x^+ \rangle}{V}t}\right]$$

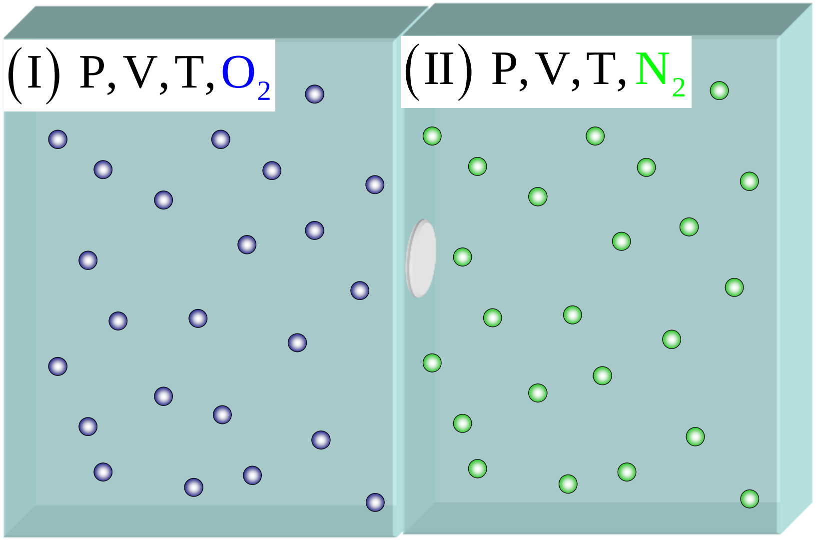


☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

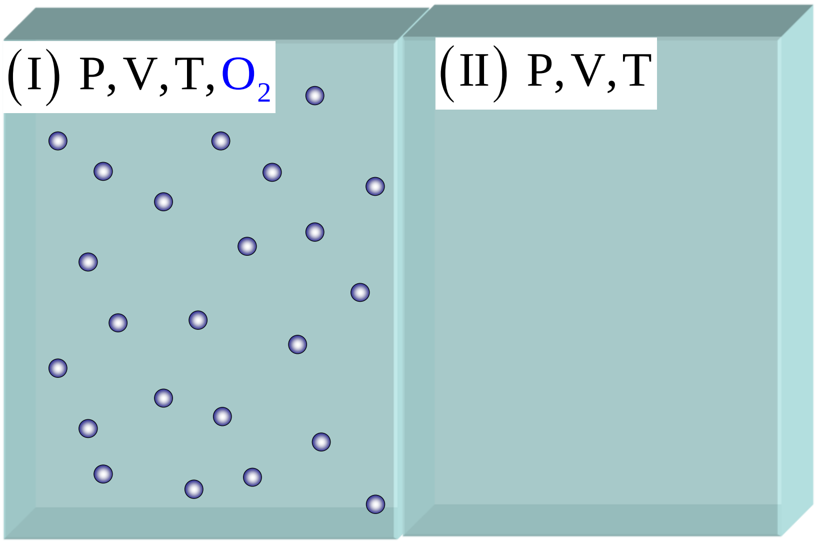
ΑΣΚΗΣΗ 5

Δοχείο χωρίζεται από διάφραγμα σε δύο ίσα μέρη όγκου V το καθένα. Στο ένα μέρος περιέχεται άζωτο και στο άλλο οξυγόνο με τις ίδιες πιέσεις P και θερμοκρασίες T. Τα αέρια στο δοχείο είναι πολύ αραιά (ιδανικά). Τη χρονική στιγμή t = 0 στο διάφραγμα ανοίγουμε μικρή οπή εμβαδού S. Υπολογίστε την πίεση στους δύο χώρους σαν συνάρτηση του χρόνου. Η θερμοκρασία των αερίων είναι σταθερή.

Αρχικά



☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com



Θα θεωρήσουμε αρχικά ότι υπάρχει μόνο O_2.

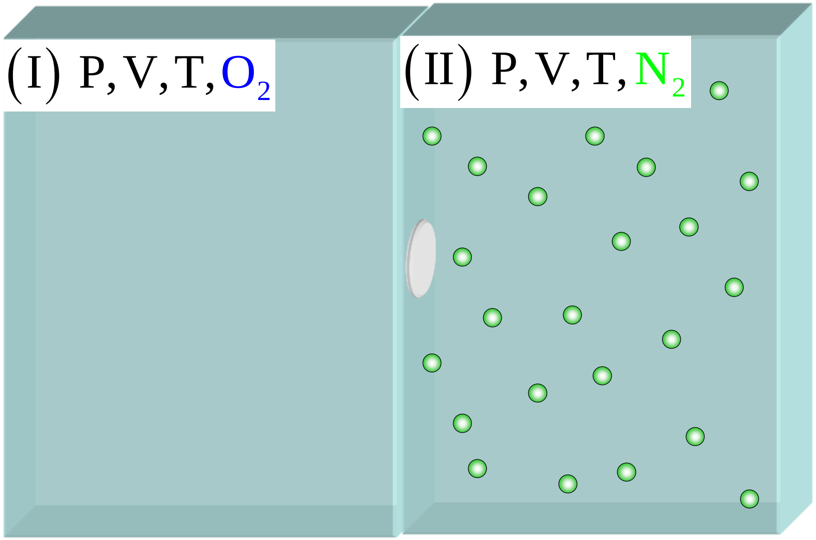
Δηλαδή για t = 0
Το δοχείο I είναι γεμάτο με O_2
Το δοχείο II είναι κενό

Από τα συμπεράσματα της προηγούμενης άσκησης θα έχουμε:

$$n_{I,O_2} = \frac{n_{o,O_2}}{2}\left[1 + e^{-\frac{2S\langle \upsilon_x^+ \rangle_{O_2}}{V}t}\right]$$

$$n_{II,O_2} = \frac{n_{o,O_2}}{2}\left[1 - e^{-\frac{2S\langle \upsilon_x^+ \rangle_{O_2}}{V}t}\right]$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com



Αν θεωρήσουμε αρχικά ότι υπάρχει μόνο N_2.

Δηλαδή για t = 0
Το δοχείο I είναι κενό
Το δοχείο II είναι γεμάτο με N_2

Άρα θα έχουμε:

$$n_{I,N_2} = \frac{n_{o,N_2}}{2}\left[1 - e^{-\frac{2S\langle \upsilon_x^+ \rangle_{N_2}}{V}t}\right]$$

$$n_{II,N_2} = \frac{n_{o,N_2}}{2}\left[1 + e^{-\frac{2S\langle \upsilon_x^+ \rangle_{N_2}}{V}t}\right]$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Η συγκέντρωση στο πρώτο δοχείο θα είναι:

$$n_I = n_{I,O_2} + n_{I,N_2} = \frac{n_{o,O_2}}{2}\left[1 + e^{-\frac{2S\langle \upsilon_x^+ \rangle_{O_2}}{V}t}\right] + \frac{n_{o,N_2}}{2}\left[1 - e^{-\frac{2S\langle \upsilon_x^+ \rangle_{N_2}}{V}t}\right]$$

$$n_{II} = n_{II,O_2} + n_{II,N_2} = \frac{n_{o,O_2}}{2}\left[1 - e^{-\frac{2S\langle \upsilon_x^+ \rangle_{O_2}}{V}t}\right] + \frac{n_{o,N_2}}{2}\left[1 + e^{-\frac{2S\langle \upsilon_x^+ \rangle_{N_2}}{V}t}\right]$$

Η πίεση στο δοχείο Ι θα δίνεται από τη σχέση: $P_I = n_I kT$

Η πίεση στο δοχείο ΙΙ θα δίνεται από τη σχέση: $P_{II} = n_{II} kT$