ΠΥΡΗΝΙΚΗ ΦΥΣΙΚΗ - ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑ.

Πυρηνική δομή: ${}^{A}_{Z}X$

Z: ατομικός αριθμός πρωτονίων

N: " νετρονίων

A = Z + N: μαζικός αριθμός

Ισότοπα στοιχεία: ${}^{235}_{92}U$, ${}^{238}_{92}U$, ${}^{241}_{92}U$, ${}^{12}_{6}C$, ${}^{14}_{6}C$

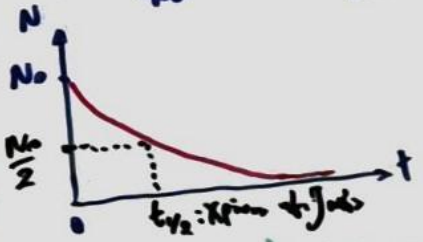
Μέγεθος πυρήνα: $r = r_0 A^{1/3}$, $r_0 = 1{,}2\ fm$ $(f = 10^{-15})$

ΡΑΔΙΕΝΕΡΓΕΙΑ:

Νόμος ραδιενεργού διάσπασης: $\frac{dN}{dt} = -\lambda N \rightarrow \int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt \rightarrow$

$\rightarrow \ln\left|\frac{N}{N_0}\right| = -\lambda t \rightarrow \boxed{N(t) = N_0 e^{-\lambda t}}$

N_0: αρχικός αριθμός πυρήνων



Για $t = t_{1/2}$ είναι: $N(t) = \frac{N_0}{2}$ οπότε:

$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}} \rightarrow \ln\frac{1}{2} = -\lambda t_{1/2}$

$\rightarrow -\ln 2 = -\lambda t_{1/2} \rightarrow \boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}}}$

Ενεργότητα ή ραδιενέργεια: $R = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N = \lambda N_0 e^{-\lambda t} \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{R(t) = R_0 e^{-\lambda t}}$ $1\,Bq = 1\,\frac{\text{διάσπαση}}{\text{sec}}$

$1\,Ci = 3{,}7 \cdot 10^{10}\,Bq$.

Ραδιενεργείς διασπάσεις:

1/ Διάσπαση α: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$ ← σωμάτια α.

2/ Διάσπαση β^-: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + \beta^- + \bar{\nu}$

β^+: ${}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + \beta^+ + \nu$

3/ Διάσπαση γ: ${}^{A}_{Z}X^* \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma$

Ραδιοχρονολόγηση πετρωμάτων.

${}^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb$ + πρώτανα διάσπασης.

- αρχικό ${}^{238}U \rightarrow N_{0U}$ ✓
- ... ${}^{206}Pb \rightarrow N_{Pb}$ ✓

$\boxed{N_{0U} = N_U + N_{Pb}}$

Άρα: $N_U = N_{0U} e^{-\lambda t} \rightarrow \ldots \boxed{t = \ldots}$

Θ.Σ 12/7/2015.

$^{238}U \rightarrow {}^{206}Pb$ + άλλα σωματίδια διάσπασης $\qquad t_{1/2} = 4{,}47 \cdot 10^{9}$ έτη

Βράχος → 4,2 mg ^{238}U
Βράχος → 2,135 mg ^{206}Pb

A) $N_{238U} = ?$

$1\ mol = 238\ g$ ^{238}U περιέχουν $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ άτομα

$4{,}2\ mg = 4{,}2 \cdot 10^{-3}\ g$ ^{238}U " N_U

$$N_U = 6{,}023 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4{,}2 \cdot 10^{-3}}{238} \rightarrow \boxed{N_U = 1{,}06 \cdot 10^{19} \text{ άτομα } U}$$

B) $N_{Pb} = ?$

$1\ mol = 206\ g$ Pb περιέχουν $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ άτομα

$2{,}135\ mg = 2{,}135 \cdot 10^{-3}\ g$ -//- N_{Pb}.

$$N_{Pb} = 6{,}023 \cdot 10^{23} \cdot \frac{2{,}135 \cdot 10^{-3}}{206} \rightarrow \boxed{N_{Pb} = 6{,}24 \cdot 10^{18} \text{ άτομα } Pb.}$$

Γ) $N_{0U} = ?$

$N_U(t=0) = N_{\text{ραδιενεργών αρχικών}}(\text{σήμερα}) \rightarrow$

$\rightarrow N_{0U} = N_U + N_{Pb} = 10{,}6 \cdot 10^{18} + 6{,}24 \cdot 10^{18} \rightarrow$

$\rightarrow \boxed{N_{0U} = 16{,}84 \cdot 10^{18} \text{ άτομα } U}$

Δ) $t = ?$

$$N_U = N_{0U}\, e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{N_U}{N_{0U}} = e^{-\lambda t} \rightarrow \ln\left(\frac{N_U}{N_{0U}}\right) = -\lambda t \rightarrow$$

$$\left(\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0{,}69}{4{,}47 \cdot 10^{9}\text{ έτη}} \rightarrow \lambda = 0{,}155 \cdot 10^{-9}\text{ έτη}^{-1}\right)$$

$$\rightarrow t = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{N_U}{N_{0U}}\right) = -\frac{1}{0{,}155 \cdot 10^{-9}\text{ έτη}^{-1}} \ln\left(\frac{10{,}6 \cdot 10^{18}}{16{,}84 \cdot 10^{18}}\right) = 6{,}45 \cdot 10^{9}\text{ έτη} \ \ln\frac{1}{1{,}588}\ (0{,}463)$$

$\rightarrow \boxed{t = 2{,}98 \cdot 10^{9}\text{ έτη}}$

[redacted]

Θ.5 27/7/2014

$t_{1/2} = 4,47 \cdot 10^9$ έτη: $^{238}U \rightarrow {}^{206}Pb$

$t_{1/2} = 7,04 \cdot 10^8$ έτη: $^{235}U \rightarrow {}^{207}Pb$

$t_{1/2} = 14,1 \cdot 10^9$ έτη: $^{232}Th \rightarrow {}^{208}Pb$

$$\frac{N_{^{238}U}}{N_{^{206}Pb}} = 1,164 \quad (1)$$

Α/ $t = ?$

$$N_{0_{^{238}U}} = N_{^{238}U} + N_{^{206}Pb} = N_{^{238}U} + 0,86 N_{^{238}U} \rightarrow N_{0_{^{238}U}} = 1,86\, N_{^{238}U} \quad (2)$$

$(1) \Rightarrow N_{^{206}Pb} = \frac{N_{^{238}U}}{1,164} = 0,86\, N_{^{238}U}$

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{4,47 \cdot 10^9 \text{ έτη}} \rightarrow \lambda = 0,155 \cdot 10^{-9} \text{ έτη}^{-1} \quad (3)$$

Αρχ: $N_U = N_{0_U} e^{-\lambda t} \overset{(2)}{\rightarrow} N_U = 1,86 N_U e^{-\lambda t} \rightarrow e^{-\lambda t} = \frac{1}{1,86} = 0,538 \rightarrow$

$\rightarrow -\lambda t = \ln 0,538 \rightarrow t = \frac{0,62}{\lambda} \overset{(3)}{=} \frac{0,62}{0,155 \cdot 10^{-9} \text{ έτη}^{-1}} \rightarrow \boxed{t = 4 \cdot 10^9 \text{ έτη}}$

Β) $\frac{N_{\text{μητ.}}}{N_{\text{συγ.}}} = \alpha \rightarrow N_{\text{συγ.}} = \frac{N_{\text{μητ.}}}{\alpha} \quad (4)$

Αρχ: $N_{0_{\text{μητ.}}} = N_{\text{μητ.}} + N_{\text{συγ.}} \overset{(4)}{=} N_{\text{μητ.}} + \frac{N_{\text{μητ.}}}{\alpha} \rightarrow N_{0_{\text{μητ.}}} = \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) N_{\text{μητ.}} \quad (5)$

Δρχ: $N_{\text{μητ.}} = N_{0_{\text{μητ.}}} e^{-\lambda t} \overset{(5)}{\rightarrow} N_{\text{μητ.}} = \left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) N_{\text{μητ.}} e^{-\lambda t} \rightarrow$

$\rightarrow e^{\lambda t} = 1 + \frac{1}{\alpha} \rightarrow \frac{1}{\alpha} = e^{\lambda t} - 1 \rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{e^{\lambda t} - 1}}$

Για τη διάσπαση $^{235}U \rightarrow {}^{207}Pb$:

$$\alpha_1 = \frac{1}{e^{\frac{\ln 2}{704 \cdot 10^6} 4 \cdot 10^9} - 1} = \frac{1}{e^{3,94} - 1} = \frac{1}{51,33 - 1} = \frac{1}{50,33} \rightarrow \boxed{\alpha_1 = 0,019}$$

Για τη διάσπαση $^{232}Th \rightarrow {}^{208}Pb$:

$$\alpha_2 = \frac{1}{e^{\frac{\ln 2}{14,1 \cdot 10^9} 4 \cdot 10^9} - 1} = \frac{1}{0,22} \rightarrow \boxed{\alpha_2 = 4,54}$$

Θ.5 24/7/2016

$m = 13g$ $\quad R(t) = 125$ διασπ/min.

$t_{1/2} = 5730$ έτη : $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{5730 \text{ έτη}} = 1,21 \cdot 10^{-4}$ έτη^{-1}

1mol = 12g ^{12}C περιέχουν $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$ άτομα ^{12}C

13g ^{12}C -"- $N_{12C} = ?$

$N_{12C} = 6,023 \cdot 10^{23} \cdot \frac{13}{12} \rightarrow N_{12C} = 6,52 \cdot 10^{23}$ άτομα ^{12}C.

Τη χρονική στιγμή της κατασκευής ($t=0$) το δείγμα περιείχε τον ίδιο αριθμό ^{12}C δηλ. $N_{0\,12C} = 6,52 \cdot 10^{23}$ άτομα.
αριθμός των ραδιενεργών πυρήνων

Αλλά: $\frac{N_{0\,14C}}{N_{0\,12C}} = 1,3 \cdot 10^{-12} \rightarrow N_{0\,14C} = 1,3 \cdot 10^{-12} \cdot 6,52 \cdot 10^{23} \rightarrow$

$\rightarrow N_{0\,14C} = 8,48 \cdot 10^{11}$ άτομα ^{14}C $\rightarrow$

Άρα: $R_0 = \lambda N_{0\,14C} = 1,21 \cdot 10^{-4}$ έτη$^{-1} \cdot 8,48 \cdot 10^{11}$ άτομα ^{14}C $\rightarrow$

$\rightarrow R_0 = 10,26 \cdot 10^{7} \frac{\text{διασπάσεις}}{\text{έτος}} = \frac{10,26 \cdot 10^{7} \text{ διασπάσεις}}{5,256 \cdot 10^{5} \text{ min}} \rightarrow$ $\boxed{R_0 = 195 \text{ διασπ/min}}$

1 έτος = 365 μέρες = 365·24h = 365·24·60 min = $5,256 \cdot 10^{5}$ min

Όμως: $R(t) = R_0 e^{-\lambda t} \rightarrow 125$ διασπ/min $= 195$ διασπ/min $e^{-\lambda t} \rightarrow \frac{125}{195} = e^{-\lambda t} \rightarrow$

$\rightarrow 0,64 = e^{-\lambda t} \rightarrow \ln 0,64 = -\lambda t \rightarrow t = \frac{0,444}{\lambda} =$
($\ln 0,64 \cong -0,444$)

$= \frac{0,444}{1,21 \cdot 10^{-4}}$ έτη $\rightarrow$ $\boxed{t = 3670 \text{ έτη}}$

δηλ. η κατασκευή του υφάσματος έγινε το 1670 π.Χ.

Θ.5 7/7/2013

$^{90}_{38}Sr$ $m_0 = 5kg$ $R_{ακιν.} = 10$ διασπ/min.

A) $t = ?$ για να είναι ακίνδυνη η διαβίωση.

1mol = 90g Sr περιέχουν $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ άτομα Sr

5000g -//- N_0

$N_0 = 3{,}346 \cdot 10^{25}$ πυρήνες ^{90}Sr

$N_0 = \frac{5000}{90} \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23}$ →

$R_0 = \lambda N_0$

$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0{,}69}{28{,}8 \text{ έτη}} = 2{,}4 \cdot 10^{-2}$ έτη^{-1}

→ $R_0 = 2{,}4 \cdot 10^{-2} \cdot 3{,}346 \cdot 10^{25} \frac{\text{διασπάσεις}}{\text{έτος}} = 8{,}03 \cdot 10^{23} \frac{\text{διασπ.}}{\text{έτος}} = \frac{8{,}03 \cdot 10^{23} \text{ διασπάσεις}}{5{,}256 \cdot 10^{5} \text{ min}}$ → $R_0 = 1{,}53 \cdot 10^{18} \frac{\text{διασπ.}}{\text{min}}$

Άρα: $R(t) = R_0 e^{-\lambda t}$ → $10 \frac{\text{διασπ}}{\text{min}} = 1{,}53 \cdot 10^{18} \frac{\text{διασπ}}{\text{min}} e^{-\lambda t}$ →

→ $e^{-\lambda t} = \frac{10}{1{,}53 \cdot 10^{18}}$ → $e^{\lambda t} = 1{,}53 \cdot 10^{17}$ → $\lambda t = \ln(1{,}53 \cdot 10^{17})$ →

→ $t = \frac{39{,}56}{\lambda} = \frac{39{,}56}{2{,}4 \cdot 10^{-2}}$ έτη $= \frac{3956}{2{,}4}$ έτη →

$t = 1648$ έτη

B) $^{90}_{38}Sr \rightarrow ^{90}_{39}Y + \beta^- + \bar{\nu}$

Ύττριο

Θ.5 8/7/2012

$^{210}_{83}Bi \xrightarrow{\lambda_1} {}^{210}_{84}Po \xrightarrow{\lambda_2} {}^{206}_{82}Pb$ $\quad \lambda_1 = 1,6\cdot10^{-6}\,s^{-1}$, $\lambda_2 = 5,8\cdot10^{-8}\,s^{-1}$

A) $^{210}_{83}Bi \rightarrow {}^{210}_{84}Po + e^- + \bar{\nu}$: Διάσπαση β^-

$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$: Διάσπαση α.

$m = 1\,mg$ ^{210}Bi $\quad t = 1\,μήνας = 30\cdot24\cdot3600\,s = 2,592\cdot10^6\,sec$

B) $R_1(t) = ?$ $\quad 210\,g$ Bi περιέχουν $N_A = 6,023\cdot10^{23}$ άτομα

$10^{-3}\,g$ Bi $\quad N_{01}$

$N_{01} = 6,023\cdot10^{23}\cdot\frac{10^{-3}}{210} \rightarrow N_{01} = 2,87\cdot10^{18}$ πυρήνες Bi

Δείξαμε $R_{01} = \lambda_1 N_{01} = 1,6\cdot10^{-6}\cdot2,87\cdot10^{18}\,\frac{\text{διασπ.}}{\text{sec}} \Rightarrow R_{01} = 4,59\cdot10^{12}\,\frac{\text{διασπ.}}{\text{sec}}$ Bq.

Άρα: $R_1 = R_{01}e^{-\lambda_1 t} = 4,59\cdot10^{12}\,Bq\cdot e^{-1,6\cdot10^{-6}\cdot2,592\cdot10^6} =$

$= 4,59\cdot10^{12}\cdot e^{-4,147} Bq \rightarrow \boxed{R_1 = 7,256\cdot10^{10}\,Bq}$

$e^{-4,147} \approx 0,0158$

Γ) $R_2(t = 1\,μήνας) = ?$

$N_2(t) = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1} N_{201}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right)$ ← Σιγουρα!!

Άρα: $R_2 = \lambda_2 N_2(t) = \frac{\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2 - \lambda_1}\cdot N_{01}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right) =$

$= \frac{1,6\cdot10^{-6}\cdot5,8\cdot10^{-8}}{5,8\cdot10^{-8} - 1,6\cdot10^{-6}}\cdot2,87\cdot10^{18}\left(e^{-1,6\cdot10^{-6}\cdot2,592\cdot10^6} - e^{-5,8\cdot10^{-8}\cdot2,592\cdot10^6}\right) =$

$= \cdots\cdots \rightarrow \boxed{R_2 = 5,06\cdot10^{10}\,Bq.}$