

ΙΞΩΔΕΣ - ΔΙΑΧΥΣΗ ΘΕΩΡΙΑ & ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Περιεχόμενα

1. Φαινόμενα μεταφοράς στα αέρια
2. Ιξώδες στα αέρια
3. Αυτοδιάχυση στα αέρια
4. Κενό (Αραιά αέρια)
5. Φαινόμενα μεταφοράς στα Στερεά & υγρά

1. Φαινόμενα μεταφοράς στα αέρια

Έστω G η ποσότητα που χαρακτηρίζει την ιδιότητα ενός μορίου (π.χ. θερμότητα, ορμή,...) αποδεικνύεται ότι η πυκνότητα ροής της ποσότητας G ($I_G = dG/(Sdt)$) για τα αέρια είναι:

$$\underbrace{\frac{1}{S} \frac{\partial G}{\partial t}}_{I_G} = -\frac{1}{3} n \langle v \rangle \langle \ell \rangle \frac{\partial G}{\partial x}$$

Γενικευμένη σχέση πυκνότητας ροής για τα αέρια

Όπου n η συγκέντρωση των μορίων

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \quad \text{η μέση ταχύτητα των μορίων}$$

$$\langle \ell \rangle \quad \text{η μέση ελεύθερη διαδρομή}$$

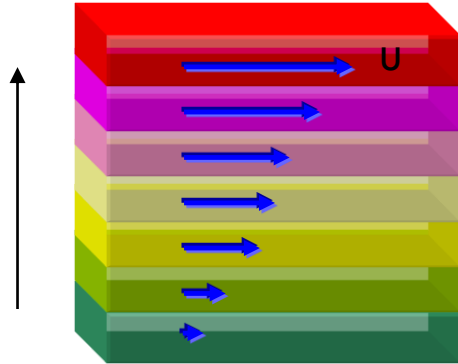
Από τη σχέση αυτή προκύπτει τόσο η εξίσωση διάδοσης της θερμότητας, όσο η εξίσωση για το ιξώδες και τη διάχυση.

2. Ιξώδες στα αέρια

Ιξώδες είναι η εσωτερική τριβή σε ένα αέριο (η υγρό). Δυνάμεις τριβής αντιτίθενται στην κίνηση ενός τμήματος του αερίου ως προς ένα άλλο τμήμα του.

Το ιξώδες είναι το αποτέλεσμα της μεταφοράς ορμής κάθετα προς τη διεύθυνση της κίνησης των «στρωμάτων» του αερίου, που έχουν διαφορετικές ταχύτητες.

Στρώματα αερίου



Λόγω της θερμικής κίνησης τα μόρια περνούν από το ένα στρώμα στο άλλο μεταφέροντας όμως και την ορμή τους mu . Άρα η ταχύτητα των πιο γρήγορων στρωμάτων τείνει να μειωθεί ενώ τον αργών να αυξηθεί.

Από το ένα στρώμα στο άλλο μεταφέρεται ορμή (το G για ένα μόριο) $G = mu$. Η γενικευμένη σχέση της πυκνότητας ροής σε αυτή την περίπτωση γίνεται:

$$I_{mv} = -\frac{1}{3} \underbrace{n \langle v \rangle \langle \ell \rangle}_\eta m \frac{\partial v}{\partial x}$$

Όπου η ονομάζεται συντελεστής ιξώδους:

$$\eta = \frac{1}{3} n \langle v \rangle \langle \ell \rangle m \quad \overset{nm = \frac{Nm}{V} = \frac{m_{\text{αερίου}}}{V} = \rho}{=} \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \langle \ell \rangle$$

Το ιξώδες δεν εξαρτάτε μόνο από τη φύση του αερίου αλλά και την θερμοκρασία που έχει (είναι ανάλογο με την τετραγωνική της ρίζα).

3. Αυτοδιάχυση στα αέρια

Ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα αέριο μέσα σε ένα δοχείο. Αν σε κάποια περιοχή του αερίου έχουμε διαταραχή της συγκέντρωσης, από n σε n' , τότε θα έχουμε μετακίνηση μορίων ώστε να αποκατασταθεί η ισορροπία. Σε αυτήν την περίπτωση η ποσότητα που μεταφέρεται είναι η συγκέντρωση n και επειδή η ποσότητα G αναφέρεται για ένα σωματίδιο θα είναι $G = (n'/n)$ η πυκνότητα ροής παίρνει τη μορφή:

$$I_n = -\frac{1}{3}n\langle v \rangle \langle \ell \rangle \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{n'}{n} \right) = -\frac{1}{3} \underbrace{\langle v \rangle \langle \ell \rangle}_D \frac{\partial n'}{\partial x}$$

Όπου D ονομάζεται συντελεστής διάχυσης.

Όταν η θερμοκρασία είναι σταθερή: $\langle \ell \rangle \propto \frac{1}{n} = \frac{kT}{P} \propto \frac{1}{P}$ άρα $D \propto \frac{1}{P}$

$$\langle v \rangle \propto \sqrt{T} = \text{const}$$

Όταν η πίεση είναι σταθερή:

$$\langle \ell \rangle \propto \frac{1}{n} = \frac{kT}{P} \propto T$$

άρα $D \propto T^{3/2}$

$$\langle v \rangle \propto \sqrt{T}$$

4. Κενό (Αραιά αέρια)

Ο όρος κενό έχει είναι σχετική έννοια. Όταν το μήκος της μέσης ελεύθερης διαδρομής είναι μεγαλύτερο ή ίσο με τις διαστάσεις του δοχείου, τότε λέμε ότι έχουμε συνθήκες κενού.

Αυτό σημαίνει ότι οι συγκρούσεις των μορίων δεν θα υπάρχουν, παρά μόνο με τα τοιχώματα του δοχείου.

~~Θερμική αγωγιμότητα~~

Δεν έχει νόημα η θερμική αγωγιμότητα διότι δεν υπάρχουν συγκρούσεις μεταξύ των μορίων.

Μετάδοση θερμότητας

Η μετάδοση θερμότητας γίνεται όταν συγκρούονται με τα τοιχώματα του δοχείου, έτσι μεταφέρουν ενέργεια από τα πιο ζεστά τοιχώματα στα πιο ψυχρά.

Διάχυση

Αν για κάποιο λόγο αλλάξει η συγκέντρωση των μορίων σε κάποια περιοχή του δοχείου, η διάχυση πρακτικά γίνεται ακαριαία γιατί οι αποστάσεις των μορίων είναι μεγάλες (πολύ αραιό αέριο).

~~Ιξώδες~~

Τριβή

Στις συνθήκες κενού ανάμεσα σε δύο κινούμενες πλάκες δεν εμφανίζονται στρώματα αερίου με διαφορετικές ταχύτητες. Αλλά τα μόρια μεταφέρουν ορμή με τις διαδοχικές τους κρούσεις στα απέναντι τοιχώματα που κινούνται με διαφορετική ταχύτητα.

5. Φαινόμενα μεταφοράς στα Στερεά & υγρά

Φαινόμενα μεταφοράς υπάρχουν και στα υγρά και στα στερεά. Ο μηχανισμός τους όμως διαφέρει από τα αέρια. Τόσο στα υγρά όσο στα στερεά δεν έχει νόημα να μιλάμε για μέση ελεύθερη διαδρομή, ενώ δεν μπορούμε επίσης να αγνοήσουμε τις δυνάμεις αλληλεπίδρασης μεταξύ των μορίων.

Διάχυση

Ο μηχανισμός διάχυσης των μορίων στα στερεά είναι ανάλογος με το μηχανισμό διάχυσης στα υγρά. Η διάχυση γίνεται με άλματα του μορίου από ένα σημείο σε ένα άλλο στη περίπτωση του υγρού.

Θερμική αγωγιμότητα

Η μετάδοση θερμότητας στα υγρά πραγματοποιείται λόγω της μετάδοσης της θερμικής κίνησης από μόριο σε μόριο, σαν αποτέλεσμα των αλληλεπιδράσεων τους. Στα στερεά ερμηνεύεται με την έννοια των φωνονίων.

Η θερμική αγωγιμότητα των υγρών είναι μερικές φορές μεγαλύτερη από αυτή των αερίων, αλλά δεκάδες φορές μικρότερη από τη θερμική αγωγιμότητα των μετάλλων.

Εσωτερική τριβή ή ιξώδες

(Στα στερεά δεν έχει νόημα)

Το μηχανισμό εμφάνισης του ιξώδους στα υγρά δεν μπορεί εξηγηθεί τόσο απλά όσο στα αέρια. Στο υγρό πρέπει να λάβουμε υπόψη και τις αλληλεπιδράσεις μεταξύ των μορίων.

ΑΣΚΗΣΗ 1

Ο συντελεστής εσωτερικής τριβής του αζώτου για θερμοκρασία $\theta = 0^\circ\text{C}$ είναι $16.6 \mu\text{Pa}\cdot\text{s}$. Προσδιορίστε την τιμή της μέσης ελεύθερης διαδρομής των μορίων για κανονική πίεση. Το μόριο του αζώτου έχει σχετική μοριακή μάζα $m_\sigma = 28 \text{ g}$.

Ο συντελεστής εσωτερικής τριβής (ιξώδους) για ένα αέριο δίνεται από τη σχέση:

$$\eta = \frac{1}{3} n \langle v \rangle \langle \ell \rangle m$$

Η συγκέντρωση γράφεται:

$$n = \frac{N}{V} \stackrel{PV=NkT}{=} \frac{P}{kT}$$

Η μέση ταχύτητα των μορίων είναι:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

Άρα

$$n \langle v \rangle m = \frac{P}{kT} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} m = P \sqrt{\frac{8m}{\pi kT}}$$

Η σχετική μοριακή μάζα είναι m_σ ενώ m είναι η μάζα ενός μορίου, ισχύει

$$m_\sigma = N_A m$$

$$R = kN_A$$

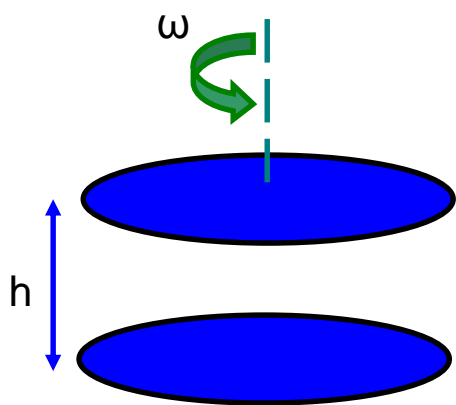
$$\text{άρα } n \langle v \rangle m = P \sqrt{\frac{8m}{\pi kT}} = P \sqrt{\frac{8m_\sigma}{\pi RT}}$$

$$\eta = \frac{1}{3} n \langle v \rangle \langle \ell \rangle m \Rightarrow \eta = \frac{1}{3} \langle \ell \rangle P \sqrt{\frac{8m_{\sigma}}{\pi RT}} \Rightarrow$$

$$\langle \ell \rangle = \frac{3\eta}{P} \sqrt{\frac{\pi RT}{8m_{\sigma}}}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δυο ίδιοι παράλληλοι δίσκοι, οι άξονες των οποίων συμπίπτουν βρίσκονται σε απόσταση h ο ένας από τον άλλον. Η ακτίνα κάθε δίσκου είναι R και είναι $R \gg h$. Τον ένα δίσκο τον περιστρέφουν με μικρή γωνιακή ταχύτητα ω , ενώ ο άλλος κρατείται ακίνητος. Υπολογίστε τη ροπή των δυνάμεων της τριβής που επιδρούν στον ακίνητο δίσκο αν ο συντελεστής ιξώδους του αερίου που παρεμβάλλεται μεταξύ των δυο δίσκων είναι η .



Για την πυκνότητα ροής της ορμής του αερίου κατά μήκος του πάχους h του στρώματος του αερίου που περιέχεται μεταξύ των δύο δίσκων ισχύει:

$$I_p = \eta \frac{\partial v}{\partial x}$$

Όμως, ↙ ορμή

$$I_p = \frac{1}{S} \frac{dp}{dt} = \frac{1}{S} F = \frac{F}{\pi R^2}$$

Επειδή $R \gg h$ μπορούμε να γράψουμε προσεγγιστικά: $\frac{\partial v}{\partial x} \approx \frac{v}{h} = \frac{\omega r}{h}$

Από τα προηγούμενα προκύπτει: $\frac{F}{\pi R^2} = \eta \frac{\omega r}{h} \Rightarrow F = \eta \pi R^2 \frac{\omega r}{h}$

Το μέτρο της στοιχειώδους ροπής των δυνάμεων της ροπής που ασκούνται σε πάχος dr είναι:

$$d\tau = Fdr \Rightarrow d\tau = \frac{\eta\pi\omega R^2}{h} r dr$$

Ολοκληρώνοντας έχουμε:

$$\tau = \frac{\eta\pi\omega R^2}{h} \int_0^R r dr \Rightarrow \tau = \frac{\eta\pi\omega R^4}{2h}$$

Η ροπή των δυνάμεων της τριβής που επιδρούν στον ακίνητο δίσκο είναι:

$$\tau = \frac{\eta\pi\omega R^4}{2h}$$