☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

# ΣΤΕΡΕΑ - ΜΗΧΑΝΙΚΕΣ ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΣΤΕΡΕΩΝ
# ΘΕΩΡΙΑ

## Περιεχόμενα

# 1. Στερεά Σώματα

Η βασική ιδιότητα των στερεών είναι ότι διατηρούν τον όγκο και το σχήμα τους.

Εκτός από το He όλα τα υλικά σε χαμηλές θερμοκρασίες είναι στερεά.

Τα **στερεά** διακρίνονται σε:

**Κρυσταλλικά**

Τα κρυσταλλικά στερεά έχουν περιοδικότητα στην δομή τους.

**Υαλώδη ή άμορφα**

Τα άμορφα στερεά δεν έχουν περιοδικότητα στην δομή τους. Συμπεριφέρνονται σαν τα υγρά αλλά έχουν μεγάλο ιξώδες και κατατάσσονται στα στερεά. Παράδειγμα είναι το γυαλί και μερικά πλαστικά.



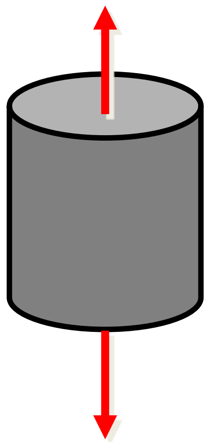
☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

# 2. Παραμορφώσεις στερεών

Αν σε στερεό ασκήσουμε ένα ζεύγος δυνάμεων (με συνολική δύναμη και ροπή μηδέν) τότε οι δυνάμεις αυτές:

Ούτε θα μετατοπίσουν το στερεό, αλλά

Ούτε θα το περιστρέψουν.



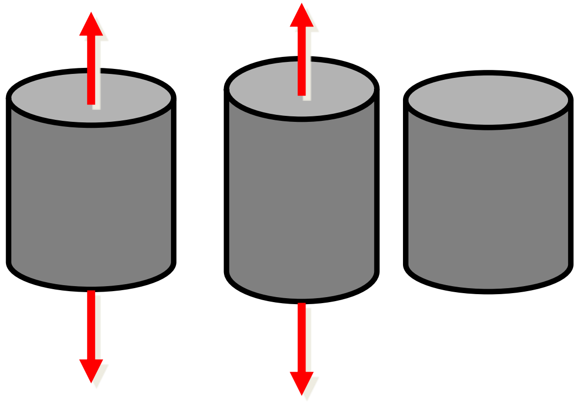
Αν αυτές οι δυνάμεις είναι σχετικά μεγάλες τότε μπορούν να **παραμορφώσουν** το σώμα, δηλαδή το σώμα θα αλλάξει τις γραμμικές του διαστάσεις.

Ανάλογα με την επίδραση των δυνάμεων στο σώμα έχουμε δύο βασικές κατηγορίες παραμορφώσεων τον **εφελκυσμό, ή θλίψη** και **ολίσθηση**. Όλες οι άλλες παραμορφώσεις είναι συνδυασμός των προηγούμενων

Οι εφαρμοζόμενες εξωτερικές δυνάμεις που τείνουν να απομακρυνθούν τα σωματίδια του στερεού από τις θέσεις ισορροπίας τους, έχει ως αποτέλεσμα την εμφάνιση εσωτερικών δυνάμεων από τα σωματίδια που τείνουν να επαναφέρουν τα σωματίδιο σε κάποια θέση ισορροπίας. Τις εσωτερικές δυνάμεις τις ονομάζουμε **ελαστικές**.

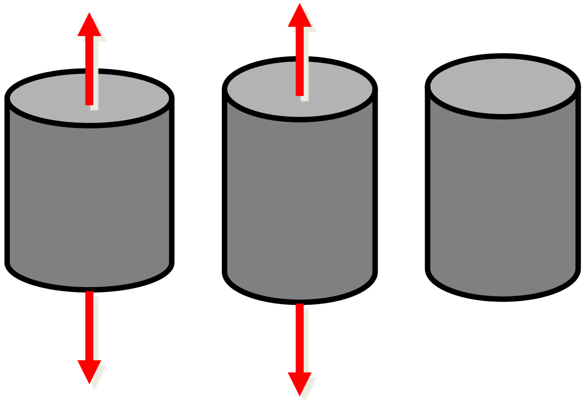
**Ελαστική παραμόρφωση**

Αν οι εξωτερικές δυνάμεις είναι σχετικά μικρές, όταν πάψουν να εφαρμόζονται στο σώμα, το σώμα επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση λόγω τον ελαστικών δυνάμεων, όταν συμβαίνει αυτό η παραμόρφωση είναι **ελαστική**.



**Πλαστική παραμόρφωση**

Αντίθετα, αν οι εξωτερικές δυνάμεις είναι μεγάλες, όταν πάψουν να εφαρμόζονται στο σώμα, το σώμα δεν επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση και η παραμόρφωση είναι **πλαστική**



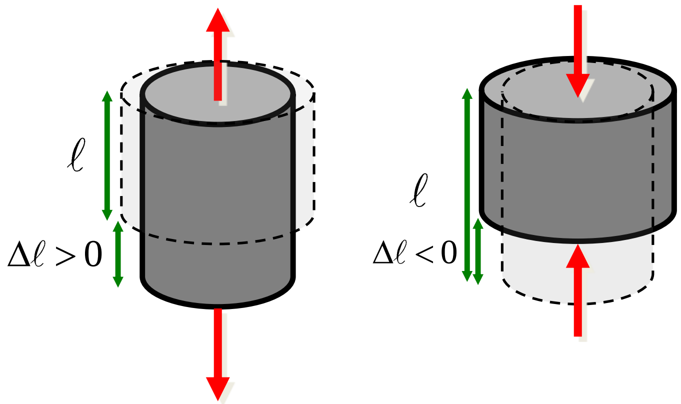


☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

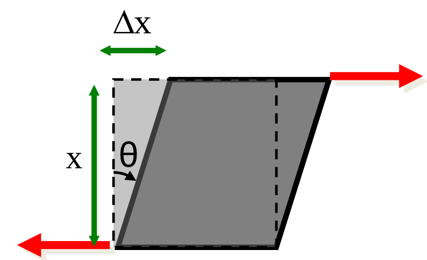
## παραμορφώσεις

**εφελκυσμός** **θλίψη**

ε > 0 ε < 0




**ολίσθηση**




Χαρακτηριστικό μέγεθος του εφελκυσμού ή της θλίψης είναι η σχετική επιμήκυνση του στερεού:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

Χαρακτηριστικό μέγεθος της ολίσθησης είναι η σχετική ολίσθηση του στερεού:

$$\gamma = \tan\varphi = \left|\frac{\Delta x}{x}\right|$$

## ελαστικές παραμορφώσεις

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\frac{F}{S} \Rightarrow \boxed{\sigma = E\varepsilon}$$

σταθερά αναλογίας, E
μέτρο Young

σ = F/S, η δύναμη που ασκείται κάθετα στην επιφάνεια ανά μονάδα επιφανείας ονομάζεται **εγκάρσια τάση**

$$\gamma = \frac{1}{G}\frac{F}{S} \Rightarrow \boxed{\tau = G\gamma}$$

σταθερά αναλογίας, G
μέτρο ολίσθησης

σ = F/S, η δύναμη που ασκείται εφαπτομενικά στην επιφάνεια ανά μονάδα επιφανείας ονομάζεται **εφαπτομενική τάση**

# 3. Συντελεστής Poisson μ

**Συντελεστής Poisson μ**

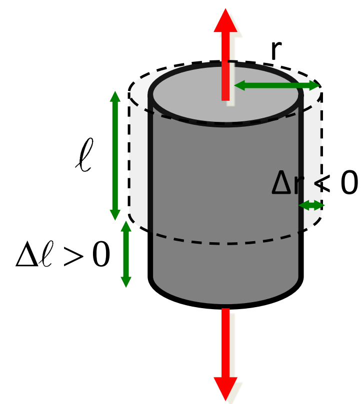
Η παραμόρφωση από εφελκυσμό ή θλίψη συνοδεύεται πάντα από μεταβολή του όγκου, αντίθετα η παραμόρφωση από ολίσθηση δεν συνοδεύεται από μεταβολή του όγκου.

Στον **εφελκυσμό**, όταν αυξάνεται το μήκος π.χ. μίας ράβδου τότε μειώνεται η διατομή Δr < 0, αντίθετα στην **θλίψη** και Δr > 0, όπου r η ακτίνα της κυκλικής διατομής. $\Delta\ell > 0$

$$\Delta\ell < 0$$

Στις παραμορφώσεις αυτές, ορίζεται, ένας ακόμη συντελεστής που δείχνει τη μεταβολή του όγκου του σώματος κατά μήκος μίας διεύθυνσης, ονομάζεται **συντελεστής Poisson** και είναι:

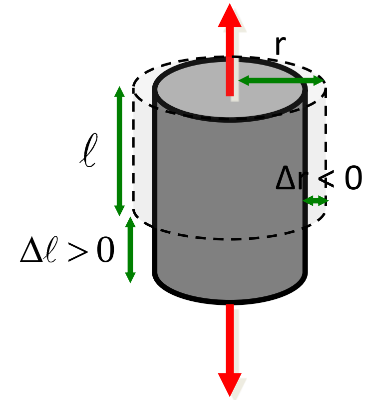
$$\mu = -\frac{\left(\dfrac{\Delta r}{r}\right)}{\left(\dfrac{\Delta\ell}{\ell}\right)} = -\frac{\varepsilon_{\perp}}{\varepsilon}$$




Το πρόσημο υπάρχει ώστε ο συντελεστής Poisson μ να είναι θετικός, γιατί για παράδειγμα κατά τον εφελκυσμός ε>0 και $\varepsilon_{\perp} < 0$

EMC²

## ράβδος κυκλικής διατομής




$$V_{APX} = \pi r^2 \ell$$

$$V_{TE\Lambda} = \pi\left(r + (\Delta r)\right)^2 \left(\ell + (\Delta\ell)\right) = \pi\left(r^2 + 2r(\Delta r) + \cancel{(\Delta r)^2}\right)\left(\ell + (\Delta\ell)\right) \approx$$

$$\approx \pi\left(r^2 + 2r(\Delta r)\right)\left(\ell + (\Delta\ell)\right) = \pi\left(r^2\ell + 2r\ell(\Delta r) + r^2(\Delta\ell) + 2r\cancel{(\Delta r)(\Delta\ell)}\right) \approx$$

$$\approx \pi\left(r^2\ell + 2r\ell(\Delta r) + r^2(\Delta\ell)\right)$$

Η μεταβολή του όγκου είναι:

$$\Delta V = V_{TE\Lambda} - V_{APX} = 2\pi r\ell(\Delta r) + \pi r^2(\Delta\ell)$$

Η σχετική μεταβολή του όγκου είναι:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{V_{TE\Lambda} - V_{APX}}{V_{APX}} = \frac{2\pi r\ell(\Delta r) + \pi r^2(\Delta\ell)}{\pi r^2 \ell} = 2\left(\frac{\Delta r}{r}\right) + \left(\frac{\Delta\ell}{\ell}\right) = -2\mu\left(\frac{\Delta\ell}{\ell}\right) + \left(\frac{\Delta\ell}{\ell}\right) = (1-2\mu)\left(\frac{\Delta\ell}{\ell}\right)$$

$$\boxed{\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon(1-2\mu)}$$

$$\mu = -\frac{\left(\frac{\Delta r}{r}\right)}{\left(\frac{\Delta\ell}{\ell}\right)}$$

ε

Άρα η σχετική μεταβολή του όγκου του στερεού κατά τον εφελκυσμό η θλίψη θα είναι:

$$\frac{\Delta V}{V} = \varepsilon\left(1-2\mu\right)$$

Η μεταβολή του όγκου ΔV και της σχετικής επιμήκυνσης έχουν πάντα το ίδιο πρόσημο που σημαίνει:

$$1-2\mu \geq 0 \;\Rightarrow\; 2\mu \leq 1 \Rightarrow \mu \leq \frac{1}{2}$$

Άρα ο συντελεστής Poisson παίρνει τιμές:

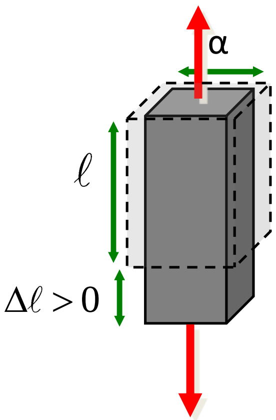
$$0 \leq \mu \leq 0.5$$

Στα περισσότερα υλικά κυμαίνεται μεταξύ 0.3 έως 0.4

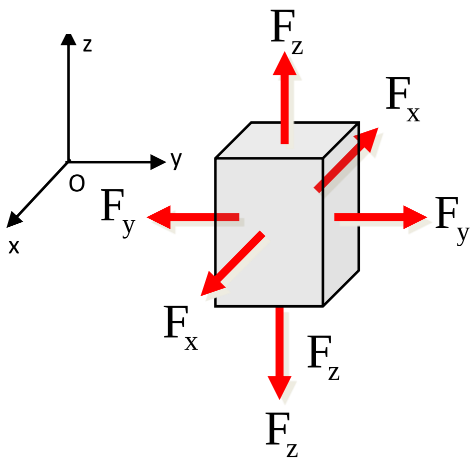
**ράβδος τετραγωνικής διατομής πλευράς α**

Στα ίδια συμπεράσματα καταλήγουμε χρησιμοποιώντας τετραγωνική ράβδο πλευράς α, μόνο που αυτή τη φορά

$$\mu = -\frac{\left(\dfrac{\Delta\alpha}{\alpha}\right)}{\left(\dfrac{\Delta\ell}{\ell}\right)}$$



# 4. Ολόπλευρος εφελκυσμός ή θλίψη




Όταν το στερεό το συμπιέζουμε από όλες τις πλευρές του (ολόπλευρος εφελκυσμός), η σχετική μεταβολή του όγκου είναι ανάλογη της συνολικής τάσης σ που εφαρμόζουμε:

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{1}{K}\sigma$$

Όπου Κ ονομάζεται **μέτρο** της **ολόπλευρης θλίψης** και το αντίστροφο του είναι η **συμπιεστότητα** 1/Κ = κ.

Η ολόπλευρη θλίψη ή (εφελκυσμός) ισοδυναμεί με θλίψη κατά μήκος τριών αξόνων.

Δανειζόμενοι ότι ορίσαμε για έναν άξονα:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\ell}{\ell}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{E}\frac{F}{S} \Rightarrow \varepsilon = \frac{1}{E}\sigma \quad (1)$$

$$\mu = -\frac{\varepsilon_\perp}{\varepsilon} \quad (2)$$

Η σχετική μεταβολή τους μήκους π.χ. στον x άξονα $\boldsymbol{\varepsilon_x}$ θα οφείλεται τόσο από την εφαρμοζόμενη τάση σε αυτόν τον άξονα $\boldsymbol{\sigma_x}$ αλλά τόσο και από τις $\boldsymbol{\sigma_y}$ και $\boldsymbol{\sigma_z}$ λόγω της σχέσης 2, άρα

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\sigma_x + \underbrace{\varepsilon_\perp^{xOz}}_{\text{Κάθετο στο επίπεδο xOz}} + \underbrace{\varepsilon_\perp^{xOy}}_{\text{Κάθετο στο επίπεδο xOy}} \overset{(2)}{=} \frac{1}{E}\sigma_x - \mu\varepsilon_y - \mu\varepsilon_z \overset{(1)}{=} \frac{1}{E}\sigma_x - \mu\frac{1}{E}\sigma_y - \mu\frac{1}{E}\sigma_z$$

Άρα

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \mu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right)$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Όμοια βρίσκουμε:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}\left(\sigma_x - \mu\left(\sigma_y + \sigma_z\right)\right)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}\left(\sigma_y - \mu\left(\sigma_x + \sigma_z\right)\right)$$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}\left(\sigma_z - \mu\left(\sigma_x + \sigma_y\right)\right)$$

Για ομογενή ολόπλευρο εφελκυσμό ή θλίψη, δηλαδή $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \sigma$ οι προηγούμενες σχέσεις απλοποιούνται στη μορφή:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \frac{\sigma}{E}\left(1 - 2\mu\right)$$

**Προσοχή** στον ολόπλευρο εφελκυσμό ή θλίψη, η σχετική επιμήκυνση σε μία διεύθυνση διαφέρει από την σχετική επιμήκυνση που θα είχαμε στην ίδια διεύθυνση στον εφελκυσμό ή θλίψη με την ίδια τάση, αλλά μόνο σε αυτή τη διεύθυνση.

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

## Σχέση μεταξύ μέτρου ολόπλευρης θλίψης K και μέτρου του Young μ

$$\frac{\Delta V}{V} \approx \Delta\left(\ln V\right) = \Delta\left(\ln \ell_x \ell_y \ell_z\right) = \Delta\left(\ln \ell_x + \ln \ell_y + \ln \ell_z\right) \approx$$

$$= \frac{\Delta \ell_x}{\ell_x} + \frac{\Delta \ell_y}{\ell_y} + \frac{\Delta \ell_z}{\ell_z} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

Αν η θλίψη είναι ομογενής: $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \frac{\sigma}{E}\left(1 - 2\mu\right)$ άρα

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{\Delta V}{V} = 3\dfrac{\sigma}{E}\left(1-2\mu\right) \\ \dfrac{\Delta V}{V} = \dfrac{1}{K}\sigma \end{array}\right. \Rightarrow \boxed{K = \frac{E}{3\left(1-2\mu\right)}}$$

## Σχέση μεταξύ μέτρου ολίσθησης G και μέτρου του Young μ

Αποδεικνύεται: $\boxed{G = \frac{E}{2\left(\mu + 1\right)}}$

# 5. Ελαστικές παραμορφώσεις

Στις ελαστικές παραμορφώσεις :

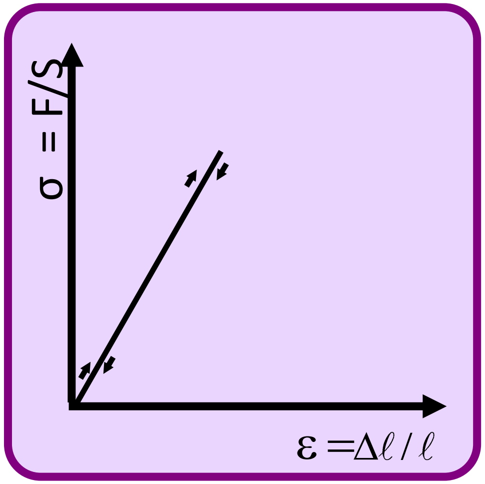
α) Ισχύει ο νόμος του Hooke

η παραμόρφωση ανάλογη της τάσης, $\varepsilon = \frac{1}{E}\sigma$

με άλλα λόγια

η επιμήκυνση ανάλογη της δύναμης $\frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{1}{E}\frac{F}{S}$

β) Η παραμόρφωση υπάρχει όσο υπάρχει η τάση
και εξαφανίζεται μαζί μ' αυτή (αντιστρεπτό φαινόμενο)






☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

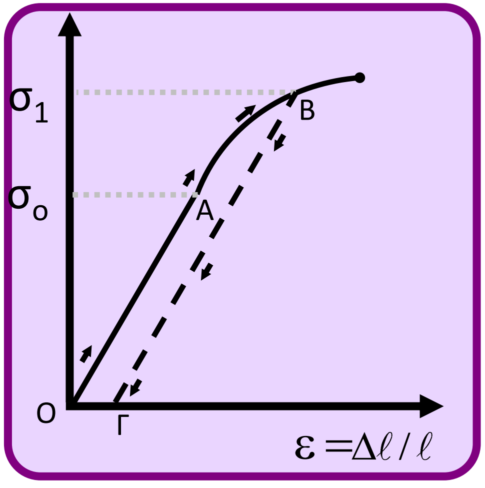
# 6. Πλαστικές παραμορφώσεις

Οι ιδιότητες των ελαστικών παραμορφώσεων ισχύουν μέχρι μία συγκεκριμένη τιμή τάσης που ονομάζεται **όριο ελαστικότητας**.

Αν η τάση σ ξεπεράσει το όριο ελαστικότητας $\sigma > \sigma_o$ η παραμόρφωση αυξάνει γρηγορότερα. Ο νόμος του Hooke ισχύει μέχρι το όριο ελαστικότητας $\sigma_o$, (Α) αν ξεπεράσει η τάση αυτό το σημείο, τότε η δύναμη δεν είναι ποια ανάλογη με την επίκυνση, δηλαδή δεν ισχύει ο νόμος του Hooke.

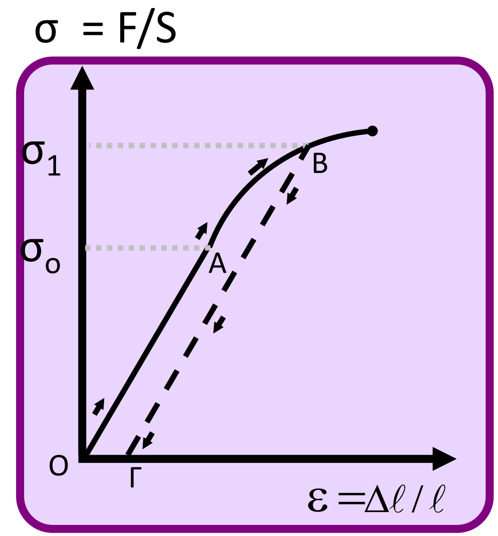
Αν ελαττώσουμε την τάση σιγά – σιγά (από το σημείο Β) μέχρι να μηδενιστεί θα δούμε ότι η παραμόρφωση και πάλι μειώνεται ακολουθώντας, όμως την γραμμή ΒΓ. Για μηδενική τάση το σώμα θα είναι επιμηκυμένο κατά ΟΓ, που σημαίνει ότι η μεταβολή **δεν είναι αντιστρεπτή** και η παραμόρφωση είναι μόνιμη.

$\sigma = F/S$



# 7. Αύξηση ορίου ελαστικότητας

Όταν το σώμα ξεπεράσει το όριο ελαστικότητας (Α) τότε η παραμόρφωση είναι πλαστική με αποτέλεσμα τελικά όταν δεν επιδράει τάση στο σώμα να υπάρχει μία μόνιμη παραμόρφωση (ΟΓ).




Αν ελαττώσουμε όμως την τάση και πάλι το σώμα θα ακολουθήσει την καμπύλη ΒΓ όπου και πάλι ισχύει ο νόμος του Hooke (και μάλιστα με το ίδιο μέτρο Young E).

Αυτή τη φορά όμως εφόσον η γραμμή ΓΒ είναι ευθεία το όριο ελαστικότητας θα είναι το σημείο Β, δηλαδή $\sigma_1$.

Άρα, όταν παραμορφώσουμε το στερεό πλαστικά με την προϋπόθεση ότι δεν το καταστρέψουμε αυξάνουμε το όριο ελαστικότητας του, δηλαδή η περιοχή ελαστικότητας (που ισχύει ο νόμος του Hooke) μεγαλώνει.

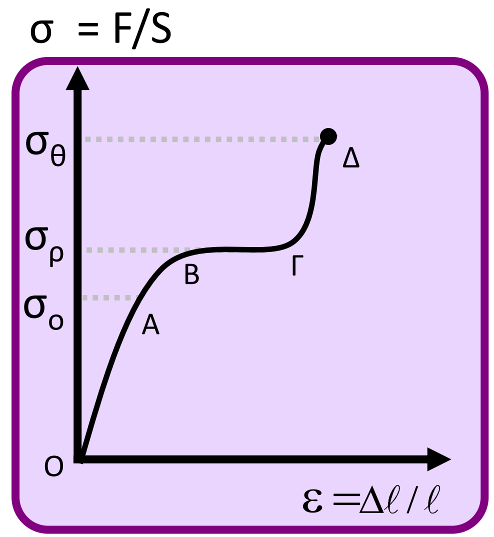
# 8. Όριο θραύσης

Κάθε στερεό μετά το όριο ελαστικότητας, όταν η τάση ξεπεράσει μία κρίσιμη τιμή που λέγεται **όριο θραύσης** καταστρέφεται (κόβεται).

**Εύθραυστα** ή **ψαθυρά** υλικά ονομάζονται τα υλικά που έχουν όριο θραύσης πολύ στο όριο ελαστικότητας (π.χ. χυτοσίδηρος).

**Όλκιμα** υλικά αντίθετα με τα ψαθυρά είναι τα υλικά που μπορούν να παραμορφωθούν σημαντικά πριν επέλθει η θράυση (π.χ. χαλκός, χάλυβας)

# 9. Ρευστότητα




ΟΑ: ελαστική περιοχή (ή περιοχή αναλογίας)

ΟΒ: πλαστική περιοχή

ΒΓ: περιοχή ρευστοποίησης (δεν υπάρχει για όλα τα υλικά)

Δ: όριο θραύσης

Στην **ελαστική περιοχή** (ΟΑ) η παραμόρφωση (ε) είναι της εφαρμοζόμενης τάσης (σ) και υπάρχει όσο υπάρχει τάση. Τέλος σε αυτή την περιοχής ισχύει ο Νόμος του Hooke: σ = Εε.

Στην **πλαστική περιοχή** (ΑΒ) η παραμόρφωση αυξάνει ποιο γρήγορα με την εφαρμοζόμενη τάση και συνεπώς δεν ισχύει ο Νόμος του Hooke.

Στην περιοχή **ρευστοποίησης** (ΒΓ) (την οποία δεν έχουν όλα τα υλικά) εφαρμόζοντας τάση στο υλικό το υλικό συνεχίζει να παραμορφώνεται, ενώ η τάση είναι σταθερή.

Το σημείο Δ ($\sigma_\theta$) ονομάζεται όριο θραύσης και αυτό γιατί με την παραμικρή αύξηση της τάσης το υλικό καταστρέφεται.