ΘΕΡΜΟΔΥΝΑΜΙΚΕΣ ΜΕΤΑΒΟΛΕΣ
ΛΥΜΕΝΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Θέμα 1

Με βάση τα θεωρήματα Carnot αποδείξτε την ανισότητα του Clausius:

$$\frac{Q_h}{T_h} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 1$$

1ο θεώρημα Carnot

Ο συντελεστής απόδοσης μίας θερμικής μηχανής δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από το συντελεστή απόδοσης αντιστρεπτής μηχανής Carnot, που έχει τις ίδιες θερμοκρασίες στην θερμή και ψυχρή δεξαμενή.

2ο θεώρημα Carnot

Ο συντελεστής απόδοσης του κύκλου Carnot δεν εξαρτάται από το είδος του σώματος που εκτελεί την κυκλική διαδικασία αλλά μόνο από τη θερμοκρασία της θερμής και ψυχρής δεξαμενής.

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Η μαθηματική έκφραση του 1ου και του 2ου θεωρήματος Carnot αποτυπώνεται στην ανισότητα του Claussius

Ο συντελεστής απόδοσης μίας μη αντιστρεπτής μηχανής Carnot (γενική περίπτωση) δίνεται από τη σχέση:

$$\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_h}$$

Ο συντελεστής απόδοσης μίας αντιστρεπτής μηχανής Carnot δίνεται από τη σχέση:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Σύμφωνα με τα θεωρήματα του Carnot ισχύει: $\eta \leq \eta_c$ άρα:

$$1 + \frac{Q_c}{Q_h} \leq 1 - \frac{T_c}{T_h} \Rightarrow \frac{Q_h}{T_h} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 1$$

Ανισότητα Clausius
για το κύκλο Carnot

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Θέμα 2

Σε δοχείο όγκου V_A περιέχονται ν γραμμομόρια μονοατομικού ιδανικού αερίου υπό πίεση P_A (Κατάσταση Α). Το αέριο εκτονώνεται στην αρχή ισόθερμα έως τον όγκο V_B (Κατάσταση Β) και στη συνέχεια αδιαβατικά έως τον όγκο $V_Γ$ (Κατάσταση Γ).

α) σχεδιάστε όλη τη διαδικασία σε διάγραμμα P- V

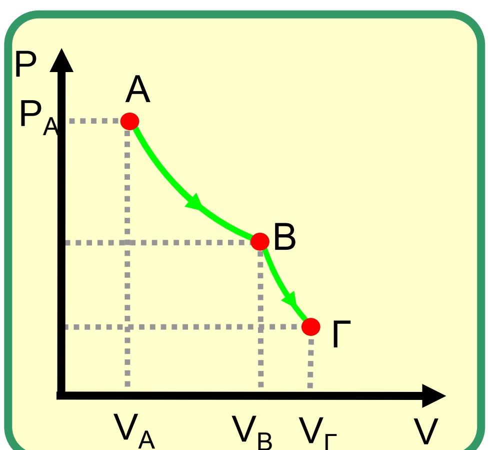
β) υπολογίστε τη θερμοκρασία για κάθε κατάσταση

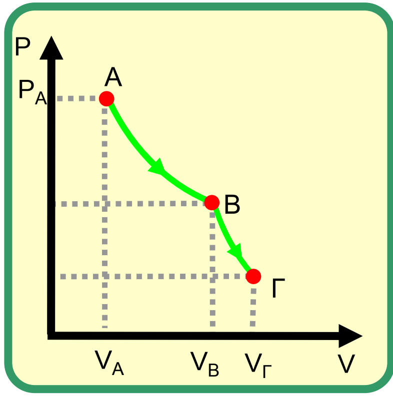
γ) υπολογίστε το ολικό έργο

δ) βρείτε πόσες φορές μεταβλήθηκε η πιθανότερη ταχύτητα των μορίων του αερίου κατά τη μετάβαση από την κατάσταση Α στην κατάσταση Γ

ε) βρείτε πόσες φορές μεταβλήθηκε κατά τη μετάβαση Α-Γ ο αριθμός των κρούσεων των μορίων με τα τοιχώματα του δοχείου στη μονάδα του χρόνου και στη μονάδα της επιφάνειας

α)





β) Από την καταστατική εξίσωση του ιδανικού αερίου θα έχουμε:

$$P_A V_A = \nu R T_A \Rightarrow \boxed{T_A = \frac{P_A V_A}{\nu R}}$$

Η Μεταβολή από το Α στο Β είναι ισόθερμη άρα θα ισχύει:

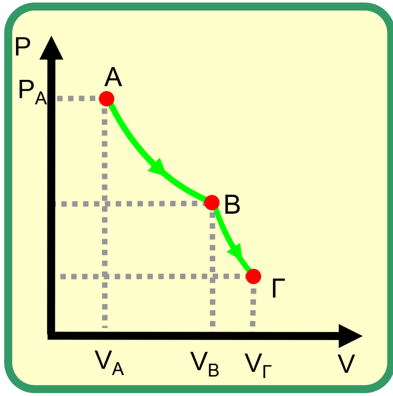
$$\boxed{T_B = T_A}$$

Το αέριο είναι ιδανικό μονοατομικό (i = 3) και συνεπώς ο συντελεστής Poisson θα είναι:

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5}{3}$$

Η Μεταβολή από το Β στο Γ είναι αδιαβατική επομένως:

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_\Gamma V_\Gamma^{\gamma-1} \Rightarrow T_\Gamma = T_B \left(\frac{V_B}{V_\Gamma}\right)^{\gamma-1} \overset{\substack{T_B = T_A \\ \gamma = \frac{5}{3}}}{\Rightarrow} \boxed{T_\Gamma = T_A \left(\frac{V_B}{V_\Gamma}\right)^{\frac{2}{3}}}$$



γ) Μεταβολή από το Α → Β ισόθερμη

$$W_{AB}=\int PdV=\nu RT_A\int_{V_A}^{V_B}\frac{dV}{V}=\nu RT_A\ln\frac{V_A}{V_B}$$

Μεταβολή από το Β → Γ αδιαβατική

$$W_{B\Gamma}=\int PdV\overset{PV^{\gamma}=P_1V_1^{\gamma}}{=}P_BV_B^{\gamma}\int_{VB}^{V_\Gamma}\frac{dV}{V^{\gamma}}=\frac{P_BV_B^{\gamma}}{1-\gamma}\left[V_\Gamma^{-\gamma+1}-V_B^{-\gamma+1}\right]$$

$$\overset{P_BV_B=\nu RT_B}{=}\frac{\nu RT_BVB^{\gamma}}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_B}{V_\Gamma}\right)^{\gamma}\right]\overset{T_BV_B^{\gamma-1}=T_\Gamma V_\Gamma^{\gamma-1}}{=}\nu R\frac{T_\Gamma-T_B}{\gamma-1}\overset{\substack{T_B=T_A\\ \gamma=\frac{5}{3}}}{=}\frac{3}{2}\nu R\left(T_\Gamma-T_A\right)$$

Το ολικό έργο θα είναι:

$$W=W_{AB}+W_{B\Gamma}=\nu RT_A\ln\frac{V_A}{V_B}+\frac{3}{2}\nu R\left(T_\Gamma-T_A\right)$$

δ) η πιθανότερη ταχύτητα των μορίων μάζας m δίνεται από τη σχέση:

$$\upsilon_\pi = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$$

Στην κατάσταση Α θα είναι: $\upsilon_\pi^{(A)} = \sqrt{\frac{2kT_A}{m}}$

Στην κατάσταση Γ θα είναι: $\upsilon_\pi^{(\Gamma)} = \sqrt{\frac{2kT_\Gamma}{m}}$

Άρα, η πιθανότερη ταχύτητα των μορίων του αερίου κατά τη μετάβαση από την κατάσταση Α στην κατάσταση Γ μεταβλήθηκε:

$$\frac{\upsilon_\pi^{(A)} - \upsilon_\pi^{(\Gamma)}}{\upsilon_\pi^{(A)}} = \frac{\sqrt{\frac{2kT_A}{m}} - \sqrt{\frac{2kT_\Gamma}{m}}}{\sqrt{\frac{2kT_\Gamma}{m}}} = \frac{\sqrt{T_A} - \sqrt{T_\Gamma}}{\sqrt{T_A}} = 1 - \sqrt{\frac{T_\Gamma}{T_A}}$$

ε) ο αριθμός των κρούσεων των μορίων με τα τοιχώματα του δοχείου στη μονάδα του χρόνου και στη μονάδα της επιφάνειας είναι η συχνότητα κρούσεων που ισχύει:

$$\nu = \frac{1}{4} n \langle \upsilon \rangle = \frac{1}{4}\frac{N}{V}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

Άρα, η συχνότητα κρούσεων των μορίων του αερίου με τα τοιχώματα του δοχείου από την κατάσταση Α στην κατάσταση Γ μεταβλήθηκε:

$$\frac{\nu_A - \nu_\Gamma}{\nu_A} = \frac{\frac{1}{4}\frac{N}{V_A}\sqrt{\frac{8kT_A}{\pi m}} - \frac{1}{4}\frac{N}{V_\Gamma}\sqrt{\frac{8kT_\Gamma}{\pi m}}}{\frac{1}{4}\frac{N}{V_A}\sqrt{\frac{8kT_A}{\pi m}}} = 1 - \frac{V_A}{V_\Gamma}\sqrt{\frac{T_\Gamma}{T_A}}$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Θέμα 3

Πυρηνικός σταθμός ισχύος 2.52 GW λειτουργεί τον αντιδραστήρα του στους T_h = 725 K κι απορρίπτει στο ποτάμι νερό θερμοκρασίας T_c = 290 K.
(i) Υπολογίστε το μέγιστο συντελεστή απόδοσης και το ελάχιστο ποσό θερμότητας που απορρίπτει στο ποτάμι δεχόμενοι ότι λειτουργεί σαν μηχανή Carnot
(ii) Αν ο πραγματικός συντελεστής απόδοσης είναι μόλις το 65% του μέγιστου, πόσο ποσό θερμότητας Q απορρίπτεται στο ποτάμι και πόση είναι η αύξηση της θερμοκρασίας T του ύδατος αν υπάρχει σταθερή ροή στο ποτάμι Π = 165 m^3/s και
(iii) πόσο πρέπει να μεταβληθεί η ροή ώστε ο βιότοπος που φιλοξενείται στο ποτάμι να μην διαταραχθεί από μεταβολή θερμοκρασίας άνω των 2 K
Δίνεται ότι το $C_{υδατος}$ = 4.18 J/(kg·K).

i) Ο μέγιστος συντελεστή απόδοσης αν λειτουργεί σαν θερμική μηχανή Carnot είναι:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h} \Rightarrow \eta_c = 1 - \frac{290}{725} = 0.6 = 60\%$$

το ελάχιστο ποσό θερμότητας που απορρίπτει στο ποτάμι είναι το $|Q_c|$

$$\eta_c = \frac{W}{Q_h} \Rightarrow Q_h = \frac{W}{\eta} = \frac{2.52\text{GW}\cdot\text{s}}{0.6} = 4.2\text{GJ}$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

όμως $W = Q_h + Q_c \;\; \Rightarrow Q_c = W - Q_h = 2.52 - 4.2 = -1.68\text{GJ}$

Άρα το ελάχιστο ποσό θερμότητας που απορρίπτει στο ποτάμι είναι

$$\left|Q_c\right| = 1.68\text{GJ}$$

(ii) αφού ο πραγματικός συντελεστής απόδοσης είναι μόλις το 65% του μέγιστου:

$$\eta_{real} = 0.65\,\eta_c = 0.65 \cdot 0.60 = 0.39$$

$$\eta_{real} = \frac{W}{Q_h} \Rightarrow Q_h = \frac{W}{\eta_{real}} = \frac{2.52\text{GW}\cdot\text{s}}{0.39} = 6.46\text{GJ}$$

$$Q_c = W - Q_h = 2.52 - 6.46 = -3.94\text{GJ}$$

Το ποσό θερμότητας που απορρίπτει στο ποτάμι είναι $\left|Q_c\right| = 3.94\text{GJ}$

Σε έναν κύκλο

Η παροχή Π είναι ο όγκος του νερού στη μονάδα χρόνου που χύνεται στο ποτάμι αν πολλαπλασιάσουμε με την πυκνότητα ρ του νερού παίρνουμε τη μάζα m στη μονάδα του χρόνου.

$$\left.\begin{array}{l}\Pi = \dfrac{V}{T} \\ \\ \rho = \dfrac{m}{V}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{m}{t} = \Pi \cdot \rho \Rightarrow \frac{m}{t} = 165\frac{m^3}{s}10^3\,\frac{kg}{m^3} = 165 \cdot 10^3\,\frac{kg}{s}$$

Η μάζα του νερού που χύνεται σε 1 sec είναι: $165 \cdot 10^3\,kg$

Αν το νερό έχει ειδική θερμοχωρητικότητα $C_{υδατος}$ τότε θα ισχύει:

$$Q_c = mC_{υδατος}\Delta T \Rightarrow$$

$$\Delta T = \frac{Q_c}{mC_{υδατος}} \Rightarrow \Delta T = \frac{3.94GJ}{165 \cdot 10^3 kg \cdot 4.18\dfrac{J}{kg \cdot K}} = 5.17K$$

(iii) Η μάζα του νερού που χύνεται στο ποτάμι το δευτερόλεπτο πρέπει να είναι:

$$Q_c = mC_{\upsilon\delta\alpha\tau o\varsigma}\Delta T \Rightarrow m = \frac{Q_c}{C_{\upsilon\delta\alpha\tau o\varsigma}\Delta T} \Rightarrow$$

$$m = \frac{3.94GJ}{2K \cdot 4.18\frac{J}{kg \cdot K}} = 4.7 \cdot 10^5 kg$$

Άρα $\Pi \cdot \rho = \frac{m}{t} \Rightarrow \Pi = \frac{\left(\frac{m}{t}\right)}{\rho} \Rightarrow$

$$\Pi = \frac{\left(4.7 \cdot 10^5 \frac{kg}{s}\right)}{10^3 \frac{kg}{m^3}} = 4713\frac{m^3}{kg}$$

Άρα η ροή πρέπει να μεταβληθεί κατά

$$4713\frac{m^3}{kg} - 165\frac{m^3}{s} = 4548\frac{m^3}{s}$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Θέμα 4

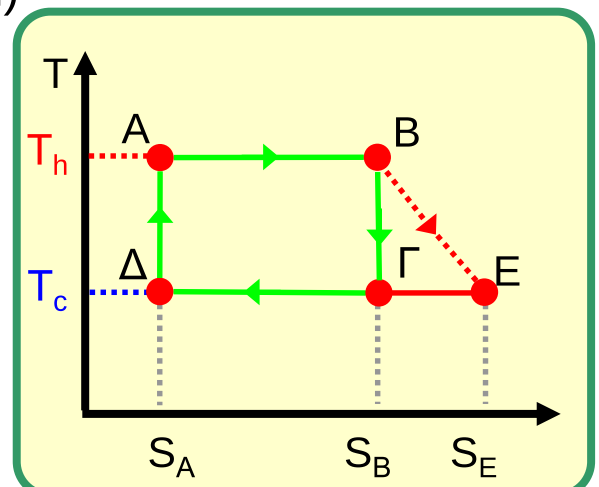
Στο διάγραμμα T- S ο κύκλος ΑΒΓΔΑ είναι αντιστρεπτός. Ο κύκλος ΑΒΕΓΔΑ είναι ΜΗ αντιστρεπτός και η **μεταβολή ΒΕ θεωρείστε** ότι γίνεται χωρίς ανταλλαγή θερμότητας.

(i) Σχολιάστε τα ποσά θερμότητας που προσλαμβάνονται (Q_h) και αποδίδονται (Q_c) για τις δύο αυτές περιπτώσεις (Αντιστρεπτή και ΜΗ Αντιστρεπτή),

(ii) τις αντίστοιχες μεταβολές της εντροπίας ΔS και

(iii) τους αντίστοιχους συντελεστές απόδοσης η.

(i)

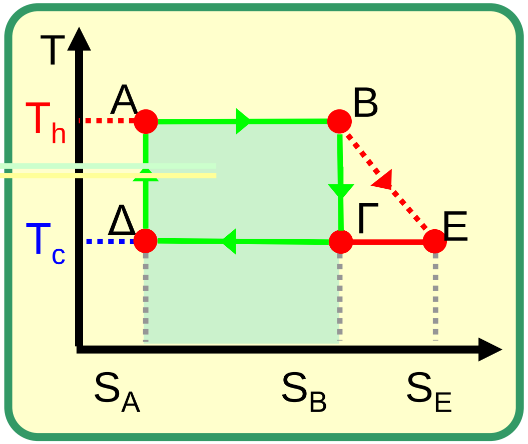


Η εντροπία **για αντιστρεπτές μεταβολές** ορίζεται από τη σχέση

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow Q = \int T dS$$

Δηλαδή στο διάγραμμα T – S το «εμβαδό» μίας γραμμής θα αντιπροσωπεύει θερμότητα.

Η μεταβολή ΑΒΓΔ αντιστοιχεί σε μηχανή Carnot



Το ποσό θερμότητας που προσλαμβάνει η αντιστρεπτή μηχανή είναι το γραμμοσκιασμένο εμβαδό

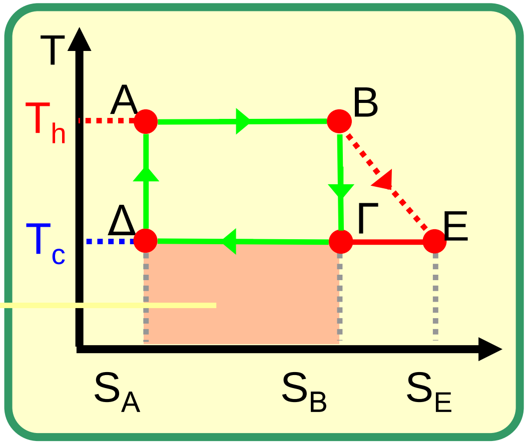
$$Q_{h,ANT} = Q_{AB} = T_h\left(S_B - S_A\right)$$

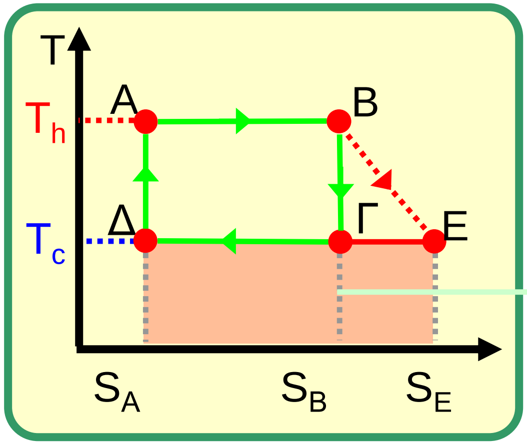
Το ποσό θερμότητας που προσλαμβάνει η αντιστρεπτή μηχανή είναι το ίδιο με την Μη αντιστρεπτή διότι η μεταβολή ΒΕ δίνεται ότι είναι αδιαβατική (στην πραγματικότητα δεν έχει αυτό το σχήμα αν ήταν ιδανικό αέριο) άρα:

$$Q_{h,MH\,ANT} = Q_{AB} = Q_{h,ANT}$$

Δηλαδή, απορροφούν την ίδια θερμότητα από τη θερμή δεξαμενή θερμότητας (με θερμοκρασία T_h)

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com





Το ποσό θερμότητας που αποδίδει η αντιστρεπτή μηχανή στη ψυχρή δεξαμενή είναι

$$Q_{c,ANT} = Q_{\Gamma\Delta} = T_c\left(S_A - S_B\right)$$

Το ποσό θερμότητας που αποδίδει η Μη αντιστρεπτή μηχανή στη ψυχρή δεξαμενή είναι:

$$Q_{c,MH\ ANT} = Q_{E\Delta} = T_c\left(S_\Delta - S_E\right)$$

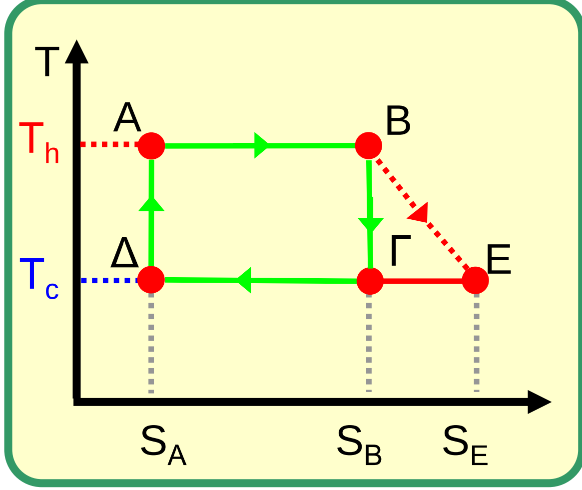
Άρα $\left|Q_{c,MH\ ANT}\right| > \left|Q_{c,ANT}\right|$

Δηλαδή, ο μη αντιστρεπτός κύκλος αποβάλει περισσότερα ποσά θερμότητα στην ψυχρή δεξαμενή θερμότητας (θερμοκρασίας T_c)

(ii) Η μεταβολή της εντροπίας για τον αντιστρεπτό κύκλο είναι μηδενική και ισχύει:

$$\Delta S_{O\Lambda IKO,A} = 0 \Rightarrow \Delta S_{AB} = -\Delta S_{\Gamma\Delta}$$

και συμφωνεί με το 2ο θερμοδυναμικό Νόμο



Η μεταβολή της εντροπίας για τον μη αντιστρεπτό δεν είναι μηδενική και ισχύει:

$$\Delta S_{E\Delta} > \Delta S_{\Gamma\Delta} \Rightarrow \Delta S_{OΛΙΚΟ,MA} > 0$$

και συμφωνεί με το 2ο θερμοδυναμικό Νόμο

(iii) Η απόδοση των δύο κύκλων θα είναι:

$$\eta_{AN} = 1 - \frac{|Q_{c,AN}|}{Q_{h,AN}} = 1 - \frac{T_c}{T_h} > 1 - \frac{|Q_{c,MH\ AN}|}{Q_{h,MH\ AN}} = \eta_{MH\ AN}$$

και συμφωνεί με το 1ο θεώρημα του Carnot:

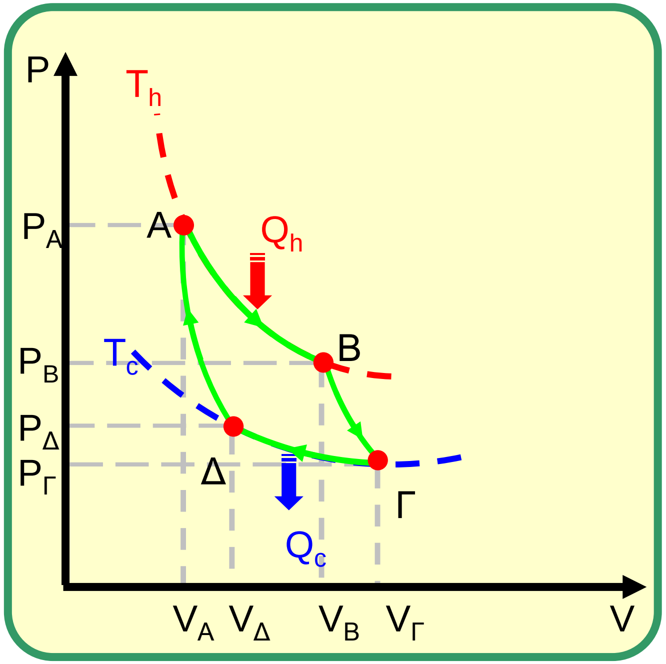
Ο συντελεστής απόδοσης μίας θερμικής μηχανής δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από το συντελεστή απόδοσης αντιστρεπτής μηχανής Carnot, που έχει τις ίδιες θερμοκρασίες στην θερμή και ψυχρή δεξαμενή.

Θέμα 5

Σχεδιάστε τον κύκλο Carnot σε διάγραμμα T, S και υπολογίστε τον συντελεστή απόδοσής του με τη βοήθεια της εντροπίας.

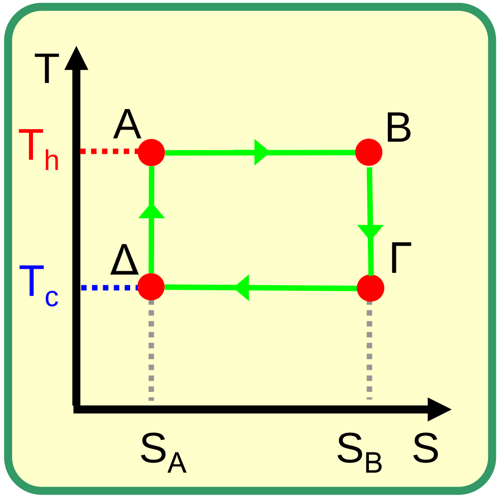
Ο **κύκλος** του **Carnot** αποτελείται από δύο ισόθερμες και δύο αδιαβατικές μεταβολές και στο διάγραμμα T – S έχει τη μορφή ορθογωνίου παραλληλογράμμου.

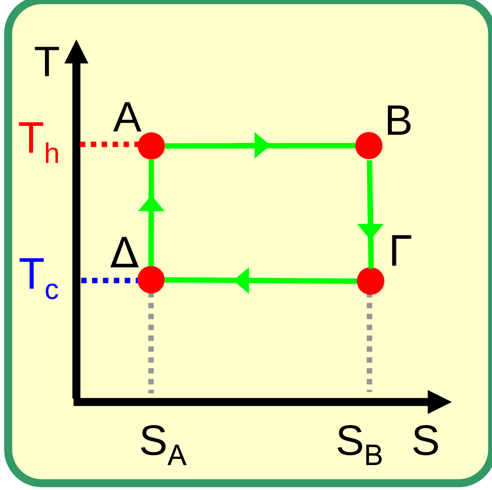
Διάγραμμα P - V



$\Rightarrow$

Διάγραμμα T - S





Η εντροπία για αντιστρεπτές μεταβολές ορίζεται από τη σχέση

$$dS = \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow Q = \int T dS$$

Δηλαδή στο διάγραμμα T – S το «εμβαδό» μίας γραμμής θα αντιπροσωπεύει θερμότητα.

$$Q_{AB} = T_h (S_B - S_A)$$
$$Q_{B\Gamma} = 0$$
$$Q_{\Gamma\Delta} = T_c (S_\Delta - S_B) = T_c (S_A - S_B) = -T_c (S_B - S_A)$$
$$Q_{\Delta A} = 0$$

Ο συντελεστής απόδοσης της μηχανής Carnot θα είναι:

$$\eta = 1 + \frac{Q_{\Gamma\Delta}}{Q_{AB}} = 1 + \frac{-T_c (S_B - S_A)}{T_h (S_B - S_A)} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Θέμα 6

Ένα γραμμομόριο ιδανικού μονοατομικού αερίου εκτελεί σε θερμική μηχανή κύκλο Carnot μεταξύ θερμοστατών με θερμοκρασίες $\theta_1 = 127^o$ C και $\theta_2 = 27^o$ C.
Ο ελάχιστος όγκος του αερίου κατά τον κύκλο είναι $V_1 = 5$ l και ο μέγιστος $V_2 = 20$ l. **α)** Πόση θερμότητα παίρνει από το θερμαντικό σώμα σε έναν κύκλο;
β) Πόση θερμότητα αποδίδει σε έναν κύκλο;
γ) Πόσο έργο παράγει αυτή η μηχανή σε έναν κύκλο;
δ) Αν η μηχανή λειτουργήσει ως ψυκτική, πόση θα είναι η αποδοτικότητά της;
Δίνεται $R = 8{,}31$ J/(mole·K).

Η θερμοκρασία της θερμής δεξαμενής είναι: $T_h = 273 + 127 = 400\text{K}$

Η θερμοκρασία της ψυχρής δεξαμενής είναι: $T_c = 273 + 27 = 300\text{K}$

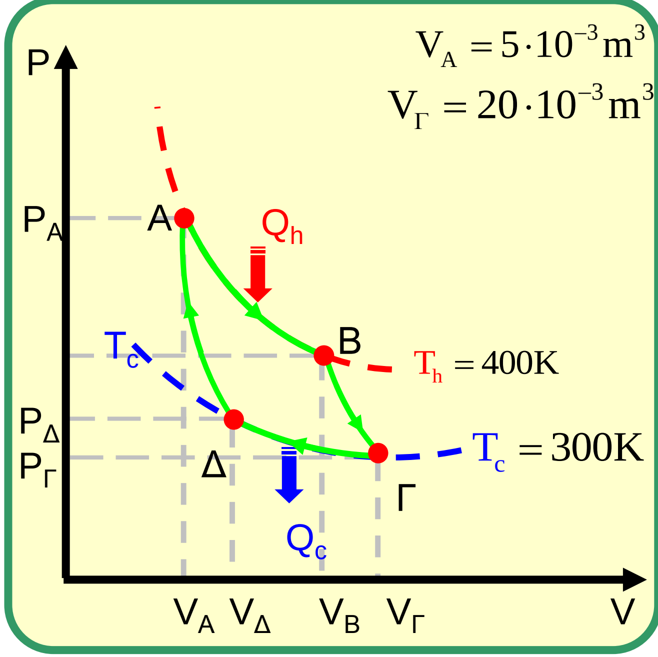
Ο ελάχιστος όγκος του αερίου κατά τον κύκλο είναι: $V_1 = 5\,\text{L} = 5 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 = V_A$

Ο μέγιστος όγκος του αερίου κατά τον κύκλο είναι: $V_2 = 20\,\text{L} = 20 \cdot 10^{-3}\,\text{m}^3 = V_\Gamma$

Εφόσον το αέριο είναι ιδανικό μονοατομικό (i = 3)

$$C_p = \frac{3}{2}R \quad C_V = \frac{5}{2}R \quad \gamma = \frac{5}{3}$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com



Στην κατάσταση Α έχουμε:

$$\boxed{V_A = 5\cdot 10^{-3} m^3 \quad T_A = 400K}$$

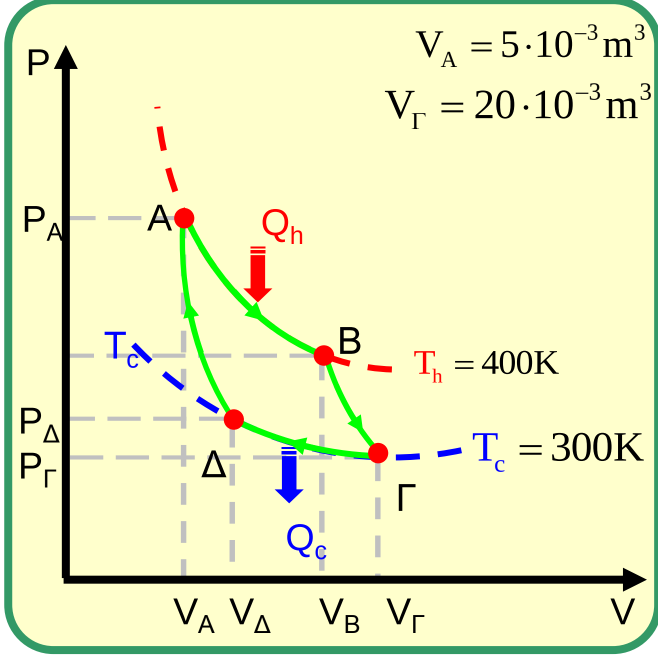
Η μεταβολή $B \to \Gamma$ είναι αδιαβατική και ισχύει:

$$T_B V_B^{\gamma-1} = T_\Gamma V_\Gamma^{\gamma-1} \Rightarrow V_B = \left(\frac{T_\Gamma}{T_B}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_\Gamma \Rightarrow$$

$$\boxed{V_B = \left(\frac{300}{400}\right)^{\frac{1}{\frac{5}{3}-1}} 20\cdot 10^{-3} m^3 = 13\cdot 10^{-3} m^3}$$

Η μεταβολή $\Delta \to A$ είναι αδιαβατική και όμοια βρίσκουμε

$$V_\Delta = \left(\frac{T_A}{T_\Delta}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} V_A \Rightarrow \boxed{V_\Delta = 7.7\cdot 10^{-3} m^3}$$



α) Η θερμότητα που προσλαμβάνει σε έναν κύκλο είναι:

$$\underset{Q_h}{Q_{A\to B}} = W_{A\to B} = \int P dV = \nu R T_A \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = \nu R T_A \ln\frac{V_B}{V_A}$$

Αντικαθιστώντας έχουμε:

$$Q_h = 1\cdot 8.31\cdot 400 \ln\frac{13}{5}\,J = 3.176kJ$$

β) Η θερμότητα που αποδίδει σε έναν κύκλο όμοια είναι:

$$\underset{Q_c}{Q_{\Gamma\to\Delta}} = W_{\Gamma\to\Delta} = \nu R T_\Delta \ln\frac{V_\Delta}{V_\Gamma}$$

Αντικαθιστώντας έχουμε:

$$Q_c = 1\cdot 8.31\cdot 300 \ln\frac{7.7}{20}\,J = -2.380kJ$$

γ) Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας σε έναν κύκλο είναι μηδέν και συνεπώς το έργο που παράγει η μηχανή θα είναι:

$$W = Q_h + Q_c = 0.796kJ = 796J$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

δ) Η απόδοση μίας κυκλικής διεργασίας της θερμικής μηχανής είναι:

$$\eta = \frac{W}{Q_h}$$

ωφέλιμη ενέργεια

δαπανώμενη ενέργεια

Αντικαθιστώντας έχουμε:

$$\eta = \frac{0.796\text{kJ}}{3.176\text{kJ}} = 0.25$$

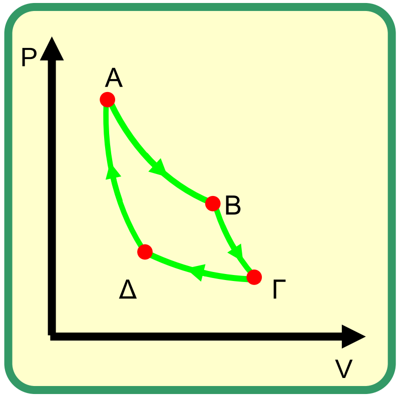
Αν η μηχανή λειτουργήσει ανάποδα δηλαδή ως ψυκτική ο συντελεστής απόδοσης της θα είναι:

$$\xi_\psi = \frac{|Q_c|}{W} = \frac{1}{\eta} - 1 = 3$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Θέμα 7

Ένα γραμμομόριο ιδανικού αερίου (γνωστή η γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα C_V) εκτελεί κύκλο που αποτελείται από δυο ισόθερμες διαδικασίες Α-Β και Γ-Δ και δυο πολυτροπικές Β-Γ και Δ-Α (βλέπε σχήμα) με γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα C_o. Υπολογίστε το έργο που εκτελεί το αέριο και τη θερμότητα που παίρνει σ' όλες τις διαδικασίες. Υπολογίστε το συντελεστή απόδοσης του κύκλου. Γνωστά θεωρούνται επίσης τα T_A, T_Δ, V_A, V_B.



Μεταβολή από το Α → Β ισόθερμη

$$\Delta U_{AB} = 0$$

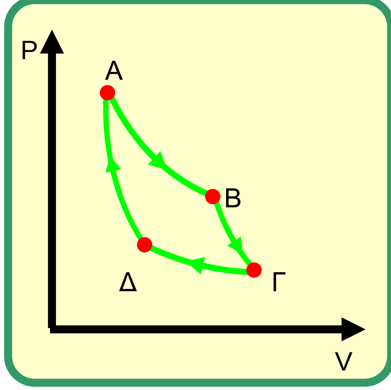
$$Q_{AB} = W_{AB} = \int_A^B P dV = \nu R T_A \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} \overset{\nu=1}{=} R T_A \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Μεταβολή από το Β → Γ πολυτροπική

$$\Delta U_{B\Gamma} = \nu C_V \Delta T = C_V (T_\Gamma - T_B) \overset{\substack{T_\Gamma = T_\Delta \\ T_B = T_A}}{=} C_V (T_\Delta - T_A)$$

$$Q_{B\Gamma} = \nu C_o \Delta T = C_o (T_\Gamma - T_B) = C_V (T_\Delta - T_A)$$

$$W_{B\Gamma} = Q_{B\Gamma} - \Delta U_{B\Gamma} = (C_o - C_V)(T_\Delta - T_A)$$



Μεταβολή από το $\Gamma \to \Delta$ ισόθερμη

$$\Delta U_{\Gamma\Delta} = 0$$

$$Q_{\Gamma\Delta} = W_{\Gamma\Delta} = \int_{\Gamma}^{\Delta} PdV = \nu RT_{\Gamma} \int_{V_{\Gamma}}^{V_{\Delta}} \frac{dV}{V} \overset{\nu=1}{=} RT_{\Gamma} \ln\frac{V_{\Delta}}{V_{\Gamma}} \overset{T_{\Gamma}=T_{\Delta}}{=} RT_{\Delta} \ln\frac{V_{A}}{V_{B}}$$

Μεταβολή από το $\Delta \to A$ πολυτροπική

$$\Delta U_{\Delta A} = \nu C_V \Delta T = C_V\left(T_A - T_\Delta\right)$$

$$Q_{\Delta A} = \nu C_o \Delta T = C_o\left(T_A - T_\Delta\right)$$

$$W_{\Delta A} = Q_{\Delta A} - \Delta U_{\Delta A} = \left(C_o - C_V\right)\left(T_A - T_\Delta\right)$$

διότι

Επειδή η μεταβολή $B \to \Gamma$ είναι πολυτροπική ισχύει: $T_B V_B^{s-1} = T_\Gamma V_\Gamma^{s-1} \overset{\substack{T_A = T_B \\ T_\Gamma = T_\Delta}}{\Longrightarrow} T_A V_B^{s-1} = T_\Delta V_\Gamma^{s-1}$ (1)

Επειδή η μεταβολή $\Delta \to A$ είναι πολυτροπική ισχύει: $T_A V_A^{s-1} = T_\Delta V_\Delta^{s-1}$ (2)

Διαιρώντας (2) προς (1) έχουμε: $\dfrac{V_A}{V_B} = \dfrac{V_\Delta}{V_\Gamma}$

Το έργο που παράγει η μηχανή σε έναν κύκλο είναι:

$$\left.\begin{aligned}
W_{AB} &= RT_A \ln\frac{V_B}{V_A}\\
W_{B\Gamma} &= \left(C_V - C_o\right)\left(T_A - T_\Delta\right)\\
W_{\Gamma\Delta} &= RT_\Delta \ln\frac{V_A}{V_B}\\
W_{\Delta A} &= \left(C_o - C_V\right)\left(T_A - T_\Delta\right)
\end{aligned}\right\}\Rightarrow
\begin{aligned}
W &= W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma\Delta} + W_{\Delta A} =\\
&= RT_A \ln\frac{V_B}{V_A} + \left(C_V - C_o\right)\left(T_A - T_\Delta\right) +\\
&\quad + RT_\Delta \ln\frac{V_A}{V_B} + \left(C_o - C_V\right)\left(T_A - T_\Delta\right) =\\
&= RT_A \ln\frac{V_B}{V_A} - RT_\Delta \ln\frac{V_B}{V_A} =\\
&= R\left(T_A - T_\Delta\right)\ln\frac{V_B}{V_A}
\end{aligned}$$

Η θερμότητα που απορροφάει η μηχανή σε έναν κύκλο είναι:

$$Q_h = Q_{\Delta A} + Q_{AB} = RT_A \ln\frac{V_B}{V_A} + C_o\left(T_A - T_\Delta\right)$$

☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

Ο συντελεστής απόδοσης της θερμικής μηχανής είναι:

$$\eta = \frac{W}{Q_h} = \frac{R\left(T_A - T_\Delta\right)\ln\frac{V_B}{V_A}}{RT_A \ln\frac{V_B}{V_A} + C_o\left(T_A - T_\Delta\right)}$$