

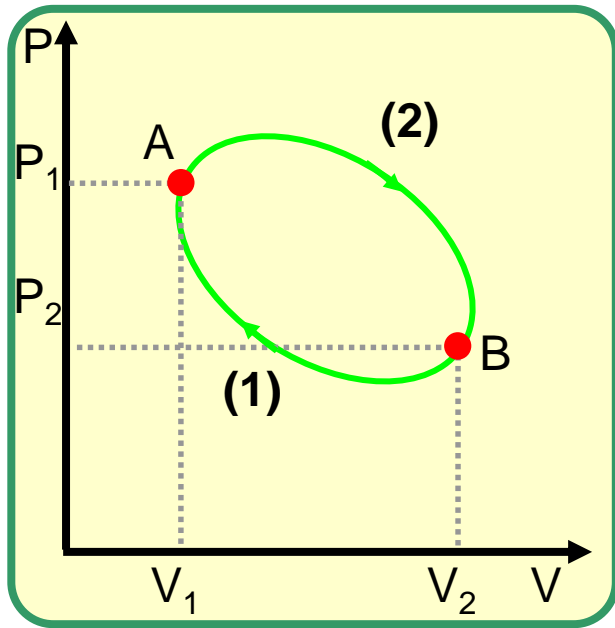
ΘΕΡΜΙΚΕΣ & ΨΥΚΤΙΚΕΣ ΜΗΧΑΝΕΣ

ΘΕΩΡΙΑ

Περιεχόμενα

1. Κυκλικές διαδικασίες
2. Ο 2ος Θερμοδυναμικός Νόμος- Φυσική Ερμηνεία
 - 2.1 Ισοδυναμία των ορισμών του Kelvin – Planck και Clausius
3. Θερμική Μηχανή
 - 3.1 Απόδοση θερμικής μηχανής
 - 3.2 Η μηχανή Carnot
 - 3.3 Η απόδοση της μηχανής Carnot
 - 3.4 Το παραγόμενο έργο της μηχανής Carnot
4. Ψυκτική Μηχανή
 - 4.1 Λειτουργίες ψυκτικής μηχανής
 - 4.2 Απόδοση ψυκτικής μηχανής
 - 4.3 Ψυκτική μηχανή Carnot
5. Το 1ο θεώρημα του Carnot
6. Το 2ο θεώρημα του Carnot
7. Η ανισότητα του Clausius

1. Κυκλικές διαδικασίες



Το αέριο πραγματοποιεί **κυκλική μεταβολή**, όταν μετά από μία σειρά διαδοχικών αντιστρεπτών μεταβολών επανέρχεται στην αρχική του κατάσταση.

Σε μία κυκλική μεταβολή η αρχική και τελική κατάσταση ταυτίζονται με αποτέλεσμα η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας να είναι μηδέν.

$$\Delta U_{A \rightarrow B \rightarrow A} = 0$$

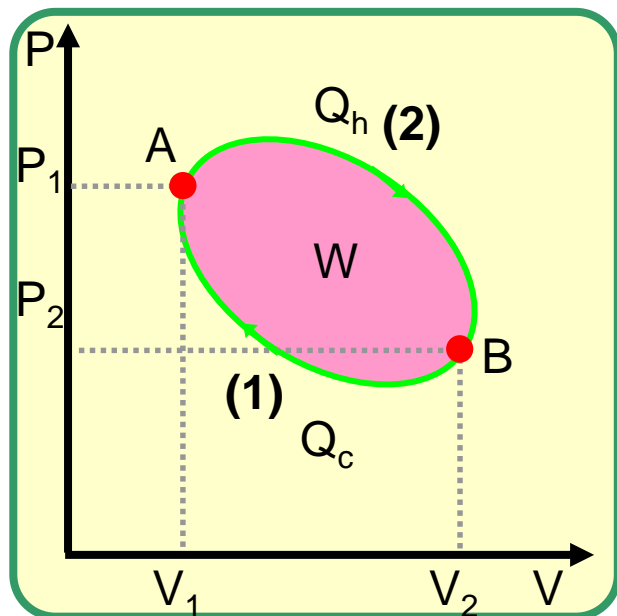
$$\oint dU = 0$$

Σε αυτό το σημείο φαίνεται μία ξεκάθαρη διαφορά μεταξύ των εννοιών **απειροστή ποσότητα** με **απειροστή μεταβολή**.

Η απειροστή μεταβολή γράφεται με την βοήθεια ολικών διαφορικών, όπου σε μία κλειστή διαδρομή το ολοκλήρωμα του μηδενίζεται.

Ενώ από τον πρώτο Θερμοδυναμικό Νόμο έχουμε:

$$\delta Q = dU + \delta W \Rightarrow \oint \delta Q = \oint dU + \oint \delta W \Rightarrow \oint \delta Q = \oint \delta W = W_{A \rightarrow B \rightarrow A}$$



Τόσο το έργο όσο η θερμότητα δεν χαρακτηρίζουν μία κατάσταση του αερίου, έτσι το ολοκλήρωμα που γράψαμε για τα δQ και δW είναι ουσιαστικά το άθροισμα πολύ μικρών ποσοτήτων $\delta Q, \delta W$

$$\oint \delta Q = \oint \delta W = W_{A \rightarrow B \rightarrow A} > 0$$

Το έργο σε έναν κύκλο είναι ίσο με το εμβαδό που περικλείεται ανάμεσα από τις καμπύλες 1 και 2.

Το έργο που παράγεται σε έναν κύκλο είναι ίσο με την ποσότητα θερμότητας που προσφέραμε στο σύστημα

Παρατήρηση

Αν η διαδικασία ήταν αριστερόστροφη τότε $W < 0$

Μηχανή ονομάζουμε ένα σύστημα που εκτελεί κυκλική διαδικασία

2. Ο 2^{ος} Θερμοδυναμικός Νόμος Φυσική Ερμηνεία

Ο **πρώτος θερμοδυναμικός νόμος** εκφράζει, την **αρχή διατήρησης της ενέργειας** σε ένα θερμοδυναμικό σύστημα.

ΔΕΝ καθορίζει όμως τη φορά των φυσικών διεργασιών.

Μπορούμε, ωστόσο, να σκεφτούμε θερμοδυναμικές διεργασίες όπου η ενέργεια διατηρείται, οι οποίες, όμως είναι αδύνατες να πραγματοποιηθούν

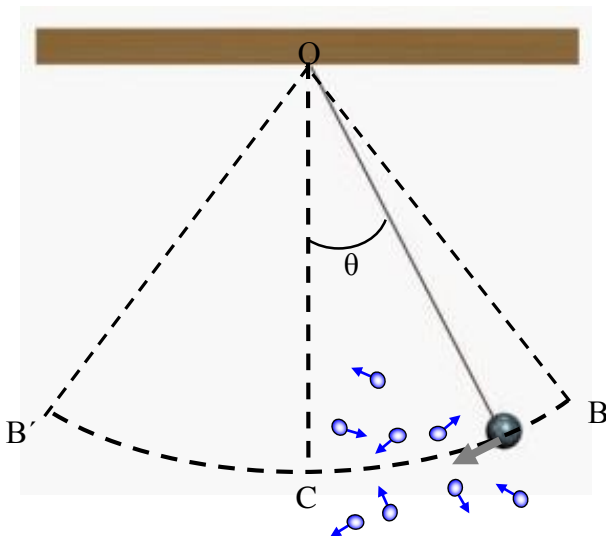
Όταν φέρουμε για παράδειγμα ένα θερμό και ένα ψυχρό σώμα σε επαφή,, μεταφέρεται θερμότητα από το θερμό προς το ψυχρό σώμα.

Η αντίστροφη διαδικασία, όμως, που είναι αδύνατη στη φύση δεν απαγορεύεται από το πρώτο θερμοδυναμικό νόμο.

Υπάρχει ακόμα μία σημαντική παρατήρηση, το πρώτο θερμοδυναμικό αξίωμα παρουσιάζει ως ισότιμες τις έννοιες **έργο** και **θερμότητα**. Δε θέτει περιορισμούς για τη μετατροπή έργου σε θερμότητα ή το αντίστροφο, εκτός του ότι η ενέργεια διατηρείται.

Υπάρχει όμως μία σημαντική διαφορά μεταξύ των δύο ενεργειών

Ενώ μπορούμε να μετατρέψουμε πλήρως οποιαδήποτε ποσότητα έργου (μηχανική ενέργεια) σε θερμότητα (θερμική ενέργεια) το αντίστροφο είναι αδύνατο.



Για παράδειγμα αν αφήσουμε ελεύθερο ένα εκκρεμές να εκτελέσει ταλάντωση, το πλάτος των ταλαντώσεων του σταδιακά ελαττώνεται λόγω των συγκρούσεων του με τα μόρια του αέρα και των τριβών στο σημείο στήριξης του. Τελικά το εκκρεμές ακινητοποιείται. Όλη η αρχική μηχανική ενέργεια μετατράπηκε σε θερμική. **Το αντίστροφο δεν παρατηρείται στη φύση.**

Ο **δεύτερος θερμοδυναμικός νόμος** ορίζει ποιες διεργασίες είναι επιτρεπτές και μπορούν να πραγματοποιηθούν κατά μία φυσική διεργασία. **Καθορίζει, δηλαδή, την κατεύθυνση των φυσικών διεργασιών.**

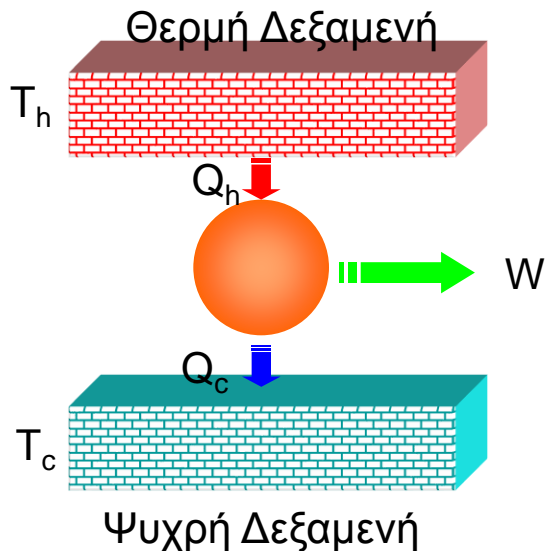
1^η διατύπωση (Kelvin – Planck)

Δεν είναι δυνατόν να υπάρχει κυκλική διαδικασία μοναδικό αποτέλεσμα της οποίας είναι η παραγωγή έργου και η ανταλλαγή θερμότητας με μια μόνο δεξαμενή θερμότητας.

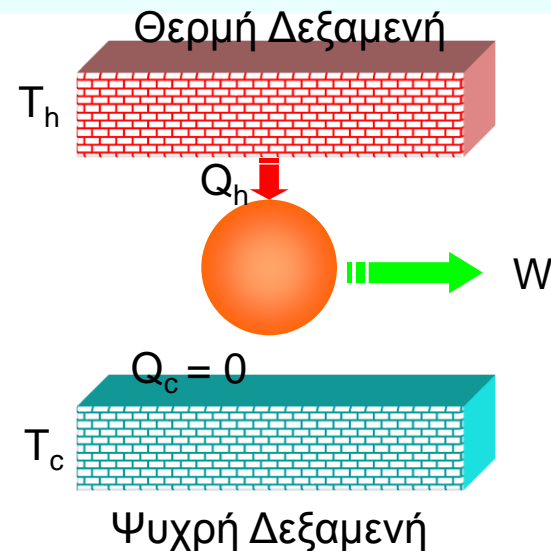
Φυσική Ερμηνεία

Είναι αδύνατο να κατασκευάσουμε μηχανή που να μετασχηματίζει την θερμική ενέργεια σε έργο κατά 100%.

Διάγραμμα της αρχής λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής



Διάγραμμα της αρχής λειτουργίας μιας θερμικής μηχανής που είναι αδύνατο να κατασκευαστεί



2^η δεύτερη (Clausius)

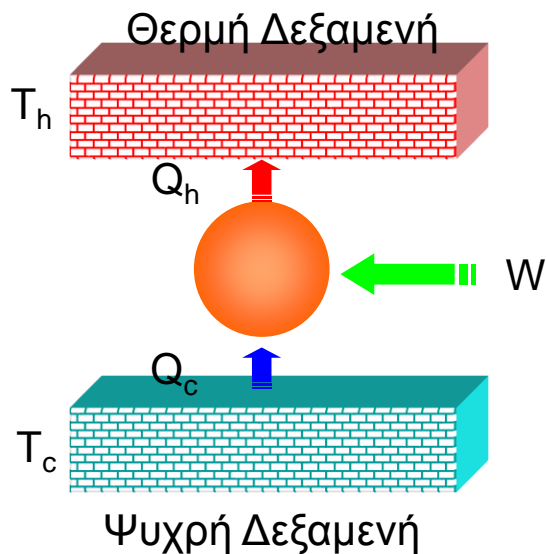
Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί μηχανή που να μεταφέρει θερμότητα από ένα ψυχρό σώμα χωρίς να προσφερθεί ενέργεια (με τη μορφή μηχανικού έργου) πάνω στην μηχανή από το περιβάλλον.

Φυσική ερμηνεία

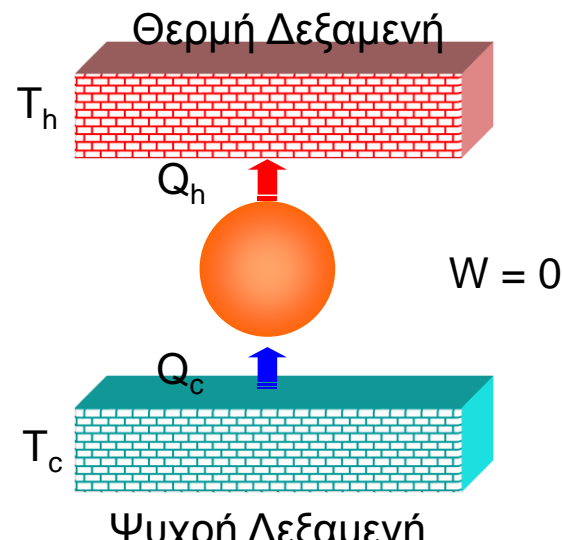
Όταν φέρουμε σε επαφή ένα ψυχρό και ένα θερμό σώμα, μεταφέρεται θερμότητα από το θερμό προς το ψυχρό σώμα, μέχρι τα δύο σώματα να αποκτήσουν την ίδια θερμότητα. Η διαδικασία αυτή συμβαίνει αυθόρμητα.

Για να συμβεί το αντίθετο πρέπει να παρεμβληθεί μηχανή (ψυκτική) πάνω στην οποία να παραχθεί έργο. Με άλλα λόγια δεν είναι δυνατόν, χωρίς εξωτερική επέμβαση, θερμότητα από το **ψυχρό** σώμα να περάσει στο **θερμό**.

Διάγραμμα της αρχής λειτουργίας
μιας ψυκτικής μηχανής

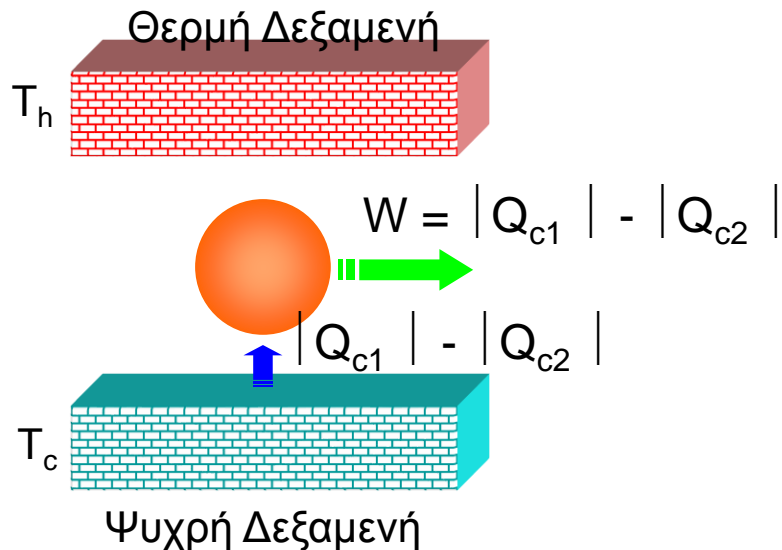
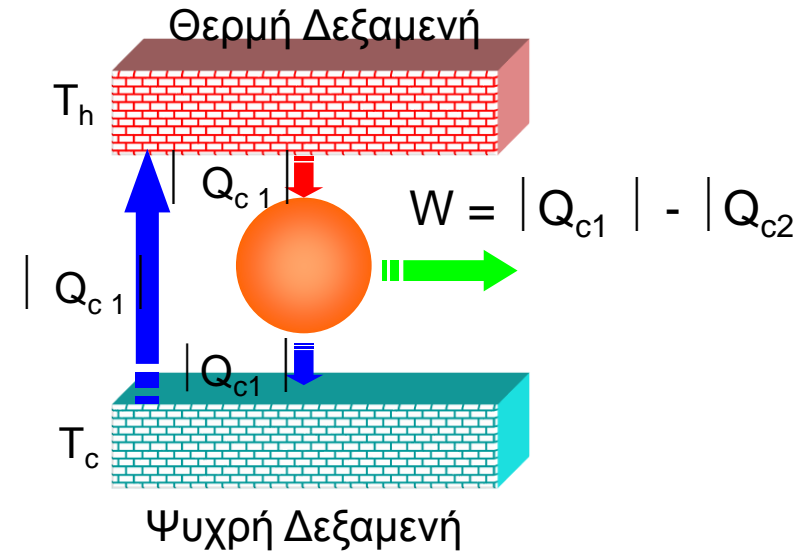


Διάγραμμα της αρχής λειτουργίας
μιας ψυκτικής μηχανής που είναι
αδύνατο να κατασκευαστεί



2.1 Ισοδυναμία των ορισμών του Kelvin – Planck και Clausius

Αν ήταν δυνατόν να πάρουμε θερμότητα από την ψυχρή δεξαμενή $|Q_{c1}|$ και να την προσφέρουμε στην θερμή (**Clausius**) τότε θα μπορούσαμε να πάρουμε την θερμότητα αυτή από την θερμή δεξαμενή και στη συνέχεια, με τη βοήθεια μια μηχανής, να την προσφέρουμε στην ψυχρή $|Q_{c2}| < |Q_{c1}|$. Έτσι θα υπάρχει παραγωγή έργου $W = |Q_{c1}| - |Q_{c2}|$



Αυτό, όμως θα ήταν ισοδύναμο με το εξής:
 Να πάρουμε από την ψυχρή δεξαμενή θερμότητα $|Q_c| - |Q_{c2}|$ και να την μετατρέψουμε όλη σε έργο (Kelvin).

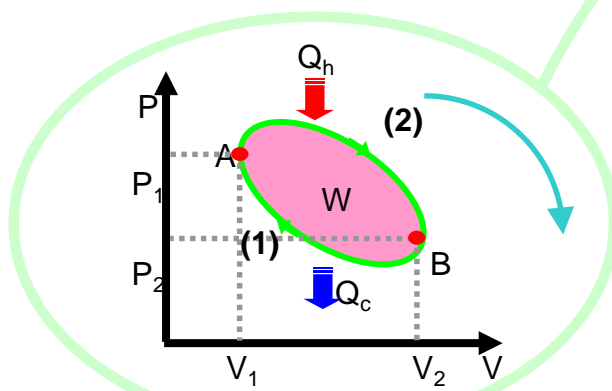
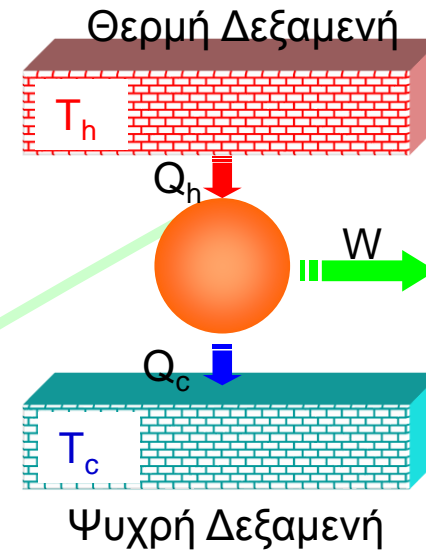
3. Θερμική Μηχανή

Η θερμική μηχανή είναι μία συσκευή η οποία μετατρέπει θερμική ενέργεια σε άλλες, πιο εύχρηστες μορφές ενέργειας (π.χ. κινητική ή ηλεκτρική), υποβάλλοντας ένα μέσο σε κυκλική διαδικασία. Μια θερμική μηχανή για να λειτουργήσει χρειάζεται:

Μια **θερμή** δεξαμενή (θερμοκρασίας T_h) από την οποία η μηχανή απορροφά θερμότητα Q_h (η οποία παράγεται από την καύση κάποιου καυσίμου)

Ένα μέσο (συνήθως αέριο ή υγρό) το οποίο απορροφά τη θερμότητα και πραγματοποιεί μία κυκλική μεταβολή, κατά τη διάρκεια της οποίας παράγει ωφέλιμο έργο W . Στο τέλος της κυκλικής διαδικασίας, η τελική και η αρχική εσωτερική ενέργεια του αερίου είναι ίσες $\Delta U = 0$.

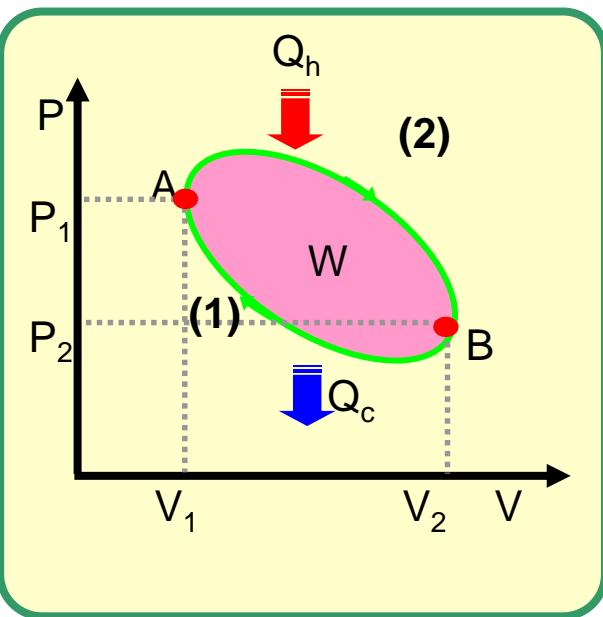
Μια **ψυχρή** δεξαμενή (θερμοκρασίας T_c) στην οποία αποβάλλεται θερμότητα Q_c .



3.1 Απόδοση θερμικής μηχανής

Μία θερμική μηχανή παράγει **έργο W** κατά την κυκλική μεταβολή αξιοποιώντας την θερμότητα που της προσφέρεται Q_h

Ο συντελεστής απόδοσης ή **απόδοση** της θερμικής μηχανής « η » ορίζεται ο λόγος του παραγόμενου έργου W (ωφέλιμη ενέργεια) προς τη προσφερόμενη θερμότητα Q_h (δαπανώμενη ενέργεια που απορροφά η μηχανή από τη θερμή δεξαμενή):



$$\eta = \frac{W}{Q_h}$$

ωφέλιμη ενέργεια
δαπανώμενη ενέργεια

Σε μία κυκλική αντιστρέψιμη διαδικασία η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι μηδενική και επομένως:

$$\delta Q = dU + \delta W \Rightarrow \oint \delta Q = \oint dU + \oint \delta W \Rightarrow$$

$$W = \int_A^B \delta Q + \int_B^A \delta Q = Q_h + Q_c$$

>0 <0

Άρα η απόδοση μπορεί να γραφεί

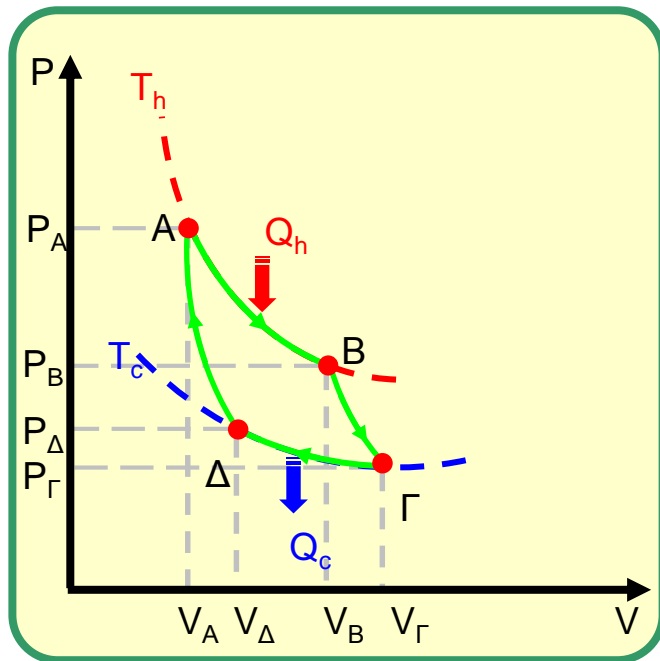
$$\eta = \frac{Q_h + Q_c}{Q_h} = 1 + \frac{Q_c}{Q_h} = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}$$

3.2 Η μηχανή Carnot

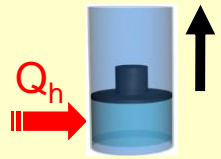
Η (θερμική) μηχανή του Carnot είναι η ιδανική μηχανή που λειτουργεί χρησιμοποιώντας ιδανικό αέριο και έχει τη μεγαλύτερη απόδοση από όλες τις μηχανές μεταξύ των ίδιων θερμοκρασιών.

Η κυκλική μεταβολή που πραγματοποιεί η μηχανή Carnot λέγεται **κύκλος Carnot** και αποτελείται από δύο ισόθερμες και δύο αδιαβατικές μεταβολές.

Ο κύκλος του Carnot παριστάνεται στο επόμενο διάγραμμα.



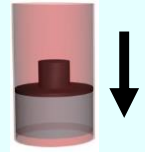
A → B Ισόθερμη εκτόνωση



$$\Delta U_{A \rightarrow B} = 0 \quad Q_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow B} = \nu R T_h \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Δ → A

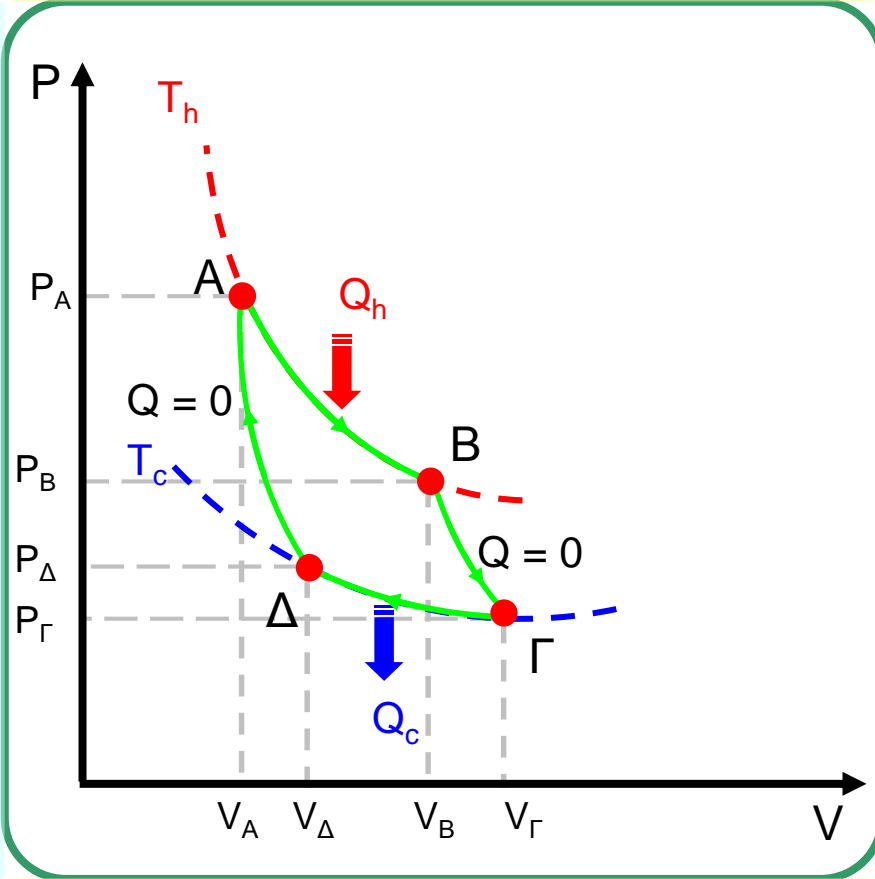
Αδιαβατική συμπίεση



$$Q_{\Gamma \rightarrow A} = 0$$

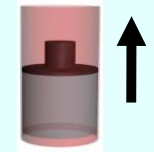
$$\Delta U_{\Gamma \rightarrow A} = \nu C_V (T_h - T_c)$$

$$= -W_{\Gamma \rightarrow A}$$



B → Γ

Αδιαβατική εκτόνωση



$$Q_{B \rightarrow \Gamma} = 0$$

$$\Delta U_{B \rightarrow \Gamma} = \nu C_V (T_c - T_h)$$

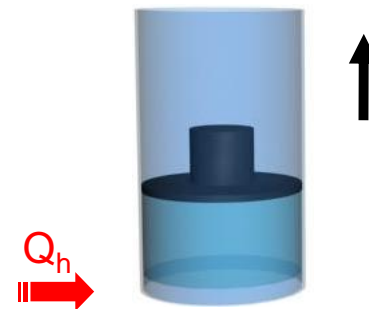
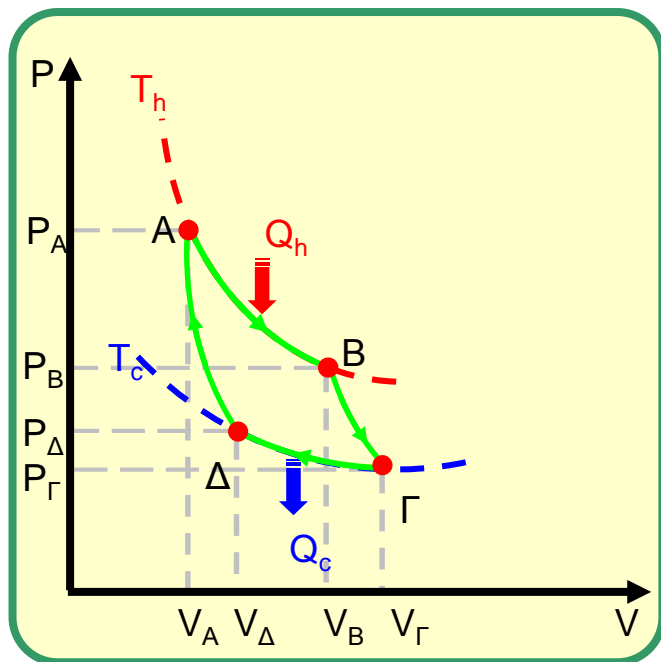
$$= -W_{B \rightarrow \Gamma}$$

Γ → Δ Ισόθερμη συμπίεση



$$\Delta U_{\Gamma \rightarrow \Delta} = 0 \quad Q_{\Gamma \rightarrow \Delta} = W_{\Gamma \rightarrow \Delta} = \nu R T_c \ln \frac{V_{\Delta}}{V_{\Gamma}}$$

Μεταβολή A → B Ισόθερμη εκτόνωση



Στην ισόθερμη εκτόνωση A → B απορροφάται θερμότητα Q_h από την θερμή δεξαμενή με αποτέλεσμα την παραγωγή έργου $W_{A \rightarrow B}$

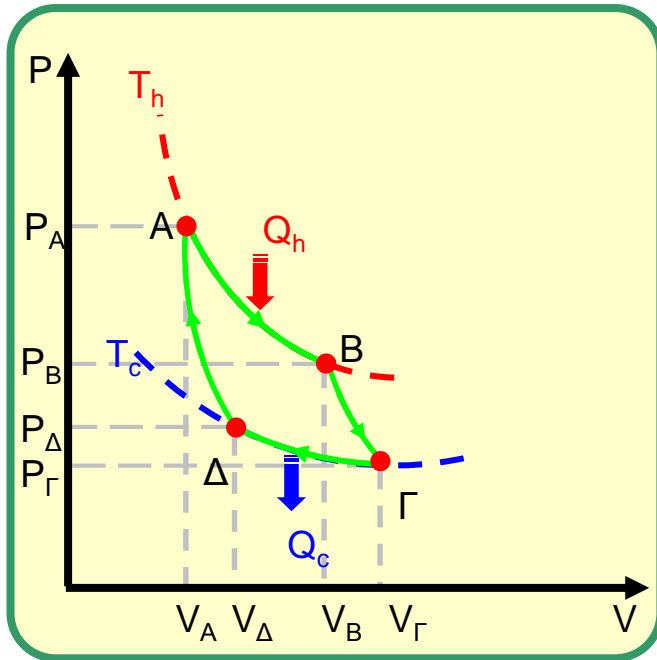
Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι:

$$\Delta U_{A \rightarrow B} = 0$$

Από τον 1^ο θερμοδυναμικό τελικά η προσφερόμενη είναι ίση με το έργο που εκτελείται και είναι:

$$Q_{A \rightarrow B} = W_{A \rightarrow B} = \nu R T_h \ln \frac{V_B}{V_A}$$

Μεταβολή B → Γ Αδιαβατική εκτόνωση



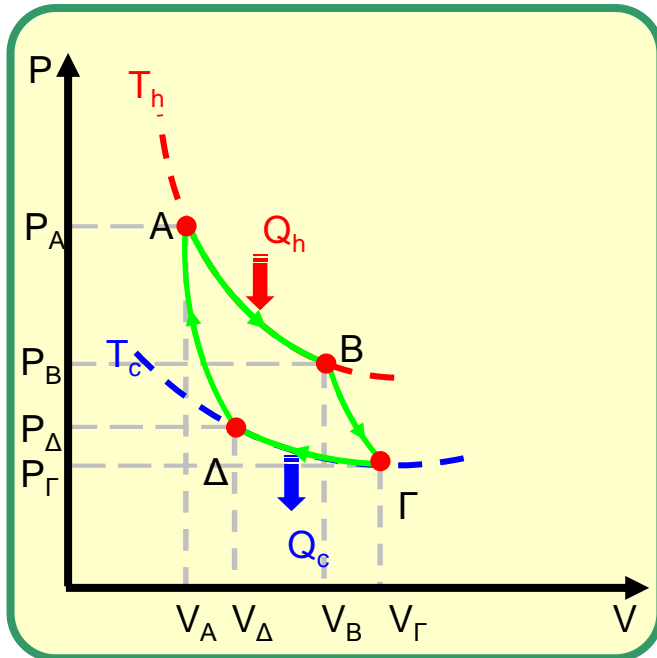
Στην αδιαβατική εκτόνωση B → Γ η εσωτερική ενέργεια του αερίου μετατρέπεται σε έργο αφού:

$$Q_{B \rightarrow \Gamma} = 0$$

Από τον 1^ο θερμοδυναμικό η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας θα είναι:

$$\begin{aligned} \Delta U_{B \rightarrow \Gamma} &= \nu C_V (T_c - T_h) \\ &= -W_{B \rightarrow \Gamma} \end{aligned}$$

Μεταβολή $\Gamma \rightarrow \Delta$ Ισόθερμη συμπίεση



Στην ισόθερμη συμπίεση $\Gamma \rightarrow \Delta$ το έργο μετατρέπεται σε θερμότητα Q_c με αποτέλεσμα την έκλυση θερμότητας στην ψυχρή δεξαμενή.

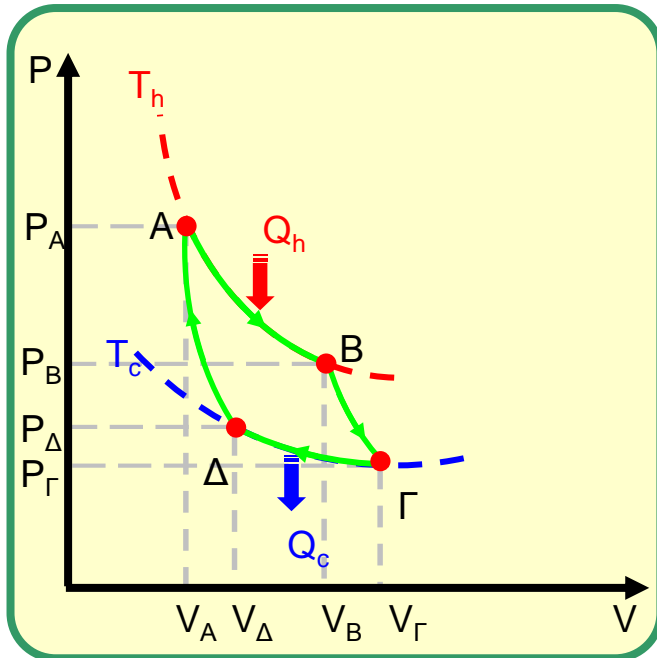
Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι:

$$\Delta U_{\Gamma \rightarrow \Delta} = 0$$

Ενώ η εκλυόμενη θερμότητα στην ψυχρή δεξαμενή θα είναι:

$$Q_{\Gamma \rightarrow \Delta} = W_{\Gamma \rightarrow \Delta} = \nu R T_c \ln \frac{V_{\Delta}}{V_{\Gamma}}$$

Μεταβολή $\Delta \rightarrow A$ Αδιαβατική συμπίεση



Στην αδιαβατική συμπίεση $B \rightarrow \Gamma$ το έργο μεταβάλλει την εσωτερική ενέργεια του αερίου αφού:

$$Q_{\Gamma \rightarrow A} = 0$$

Από τον 1^ο θερμοδυναμικό η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας θα είναι:

$$\begin{aligned} \Delta U_{\Gamma \rightarrow A} &= \nu C_V (T_h - T_c) \\ &= -W_{\Gamma \rightarrow A} \end{aligned}$$

Με την μεταβολή αυτή, φθάνει το αέριο στις αρχικές του συνθήκες

3.3 Η απόδοση της μηχανής Carnot

Η απόδοση μίας κυκλικής διεργασίας είναι:

$$\eta = \frac{W}{Q_h}$$

ωφέλιμη ενέργεια / δαπανώμενη ενέργεια

όπου μπορεί να γραφεί: $\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_h}$

Για τον κύκλο του Carnot, όμως, ισχύει:

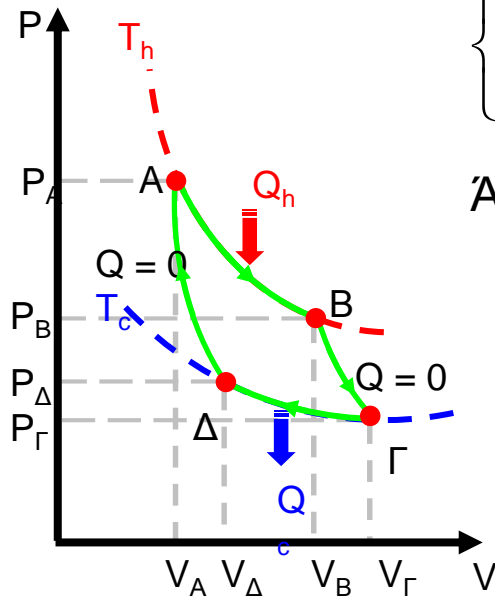
$$Q_{A \rightarrow B} = \underset{Q_h}{vRT_h \ln \frac{V_B}{V_A}} \quad Q_{\Gamma \rightarrow \Delta} = \underset{Q_c}{vRT_c \ln \frac{V_\Delta}{V_\Gamma}}$$

Επίσης για τις αδιαβατικές μεταβολές ισχύει ο νόμος του Poisson και συνεπώς θα έχουμε:

$$\begin{cases} T_h V_B^{\gamma-1} = T_c V_\Gamma^{\gamma-1} \\ T_c V_\Delta^{\gamma-1} = T_h V_A^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_h V_B^{\gamma-1} = T_c V_\Gamma^{\gamma-1} \\ T_h V_A^{\gamma-1} = T_c V_\Delta^{\gamma-1} \end{cases} \Rightarrow \frac{V_B^{\gamma-1}}{V_A^{\gamma-1}} = \frac{V_\Gamma^{\gamma-1}}{V_\Delta^{\gamma-1}} \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}$$

Άρα

$$\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_h} = 1 + \frac{vRT_c \ln \frac{V_\Delta}{V_\Gamma}}{vRT_h \ln \frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{T_c \ln \frac{V_B}{V_A}}{T_h \ln \frac{V_B}{V_A}} = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$



Άρα η απόδοση μία ιδανικής μηχανής Carnot εξαρτάται από τις θερμοκρασίες των δεξαμενών θερμότητας και είναι

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Προσοχή

Η σχέση αυτή ισχύει μόνο για την μηχανή Carnot (θερμική)

ενώ η σχέση

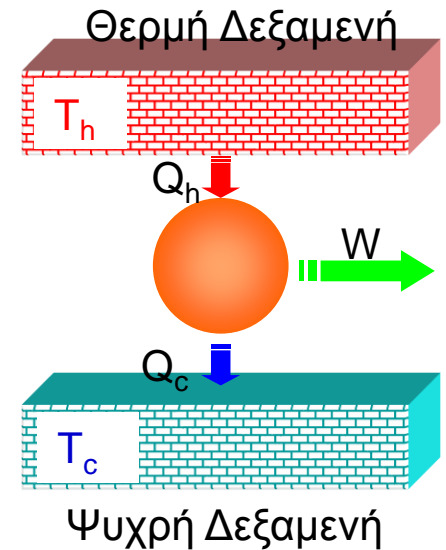
$$\eta = \frac{W}{Q_h} = 1 - \frac{Q_c}{Q_h}$$

ισχύει για κάθε θερμική μηχανή

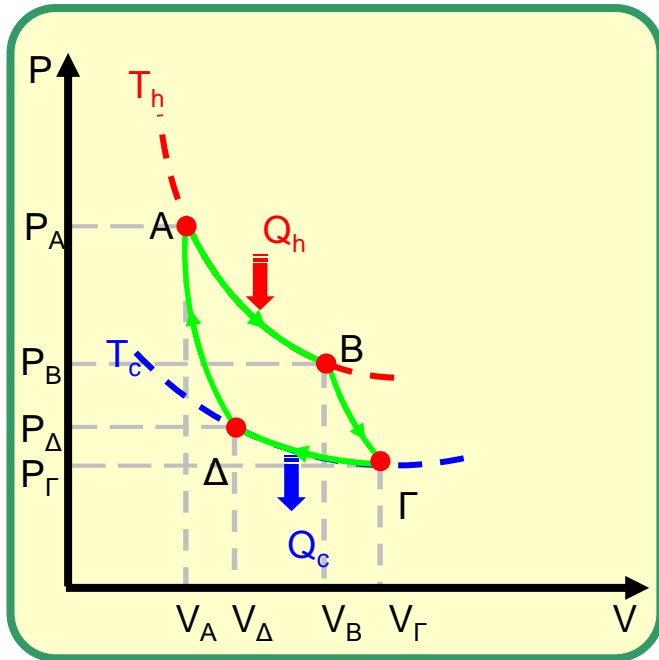
Ο κύκλος του Carnot έχει τη μέγιστη απόδοση ανάμεσα σε όλες τις θερμικές μηχανές με τις ίδιες ακραίες θερμοκρασίες. (1^ο θεώρημα του Carnot)

Για μία τυχαία θερμική μηχανή που λειτουργεί ανάμεσα στην μέγιστη θερμοκρασία T_h και ελάχιστη T_c θα ισχύει:

$$\eta \leq \eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$



3.4 Το παραγόμενο έργο της μηχανής Carnot



Το παραγόμενο έργο της μηχανής Carnot είναι το εμβαδό που εσωκλείει η κυκλική διαδικασία.

Μπορούμε να το υπολογίσουμε κατευθείαν από τις σχέσεις:

$$\begin{cases} \eta = \frac{W}{Q_h} \\ \eta = 1 - \frac{T_c}{T_h} \end{cases} \Rightarrow W = \left(1 - \frac{T_c}{T_h}\right) Q_h$$

Όμως, $Q_{A \rightarrow B} = \nu R T_h \ln \frac{V_B}{V_A}$ άρα:

$$W = \nu R (T_h - T_c) \ln \frac{V_B}{V_A}$$

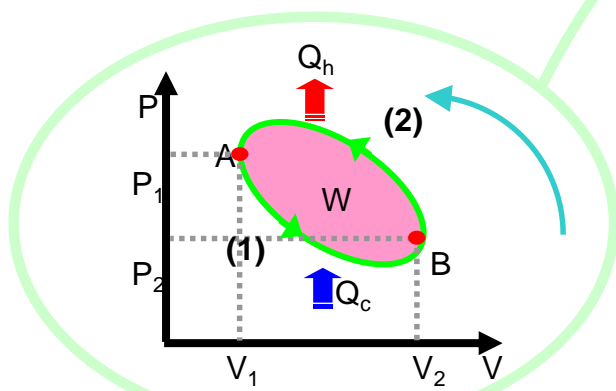
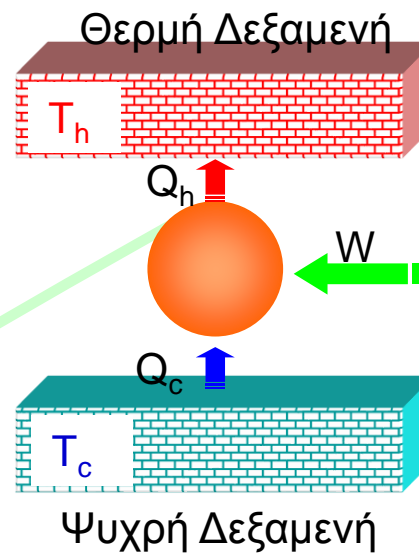
4. Ψυκτική Μηχανή

Μία ψυκτική μηχανή λειτουργεί αντίθετα από την θερμική μηχανή. Η ψυκτική μηχανή παίρνει θερμότητα Q_c από μία ψυχρή δεξαμενή και αποδίδει θερμότητα Q_h σε μία θερμή δεξαμενή. Για να γίνει, όμως, αυτή η μεταφορά θερμότητας, απαιτείται η προσφορά μηχανικού έργου (δαπάνη ενέργειας). Για να λειτουργήσει μία ψυκτική μηχανή απαιτεί.

Μια **θερμή** δεξαμενή (θερμοκρασίας T_h) στην οποία αποδίδει θερμότητα Q_h

Ένα μέσο (συνήθως αέριο ή υγρό) το οποίο προσφέρεται μηχανικό έργο W ώστε να γίνει δυνατή η μεταφορά θερμότητας από την ψυχρή προς τη θερμή δεξαμενή. Στο τέλος της κυκλικής διαδικασίας, η τελική και η αρχική εσωτερική ενέργεια του αερίου είναι ίσες $\Delta U = 0$.

Μια **ψυχρή** δεξαμενή (θερμοκρασίας T_c) από την οποία απορροφάται θερμότητα Q_c .

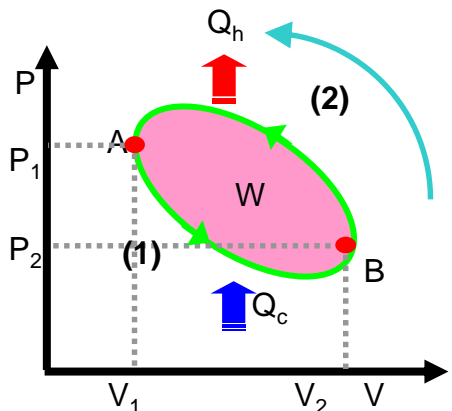


4.1 Λειτουργίες ψυκτικής μηχανής

Μία ψυκτική μηχανή μπορεί να λειτουργήσει ως:



«ψυγείο» για την ψύξη ενός χώρου και λέγεται κοινώς **ψυκτική μηχανή**



«αντλία θερμότητας» για την θέρμανση ενός χώρου λέγεται και **θερμαντική μηχανή**



θερμή δεξαμενή περιβάλλον

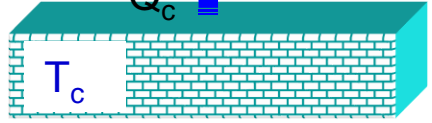
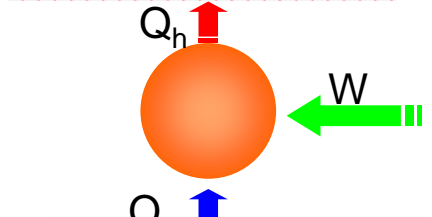
Η ψυκτική μηχανή αντλεί θερμότητα από την ψυχρή δεξαμενή (δωμάτιο) και αποδίδει θερμότητα στην θερμή (περιβάλλον)

ψυχρή δεξαμενή δωμάτιο (ή χώρος ψυγείου)



θερμή δεξαμενή δωμάτιο

Η αντλία θερμότητας αντλεί θερμότητα από την ψυχρή δεξαμενή (περιβάλλον) και αποδίδει θερμότητα στην θερμή (δωμάτιο)



ψυχρή δεξαμενή περιβάλλον

Ψυχρή Δεξαμενή

ψυκτική μηχανή

Ο βέλτιστος κύκλος σε μία ψυκτική μηχανή είναι να απορροφηθεί το μέγιστο ποσό θερμότητας Q_c από την ψυχρή δεξαμενή (ωφέλιμη ενέργεια) προς τη μικρότερη δυνατή κατανάλωση μηχανικού έργου W .

$$\xi_{\psi} = \frac{|Q_c|}{W} = \frac{1}{\eta} - 1$$

ωφέλιμη ενέργεια
δαπανώμενη ενέργεια

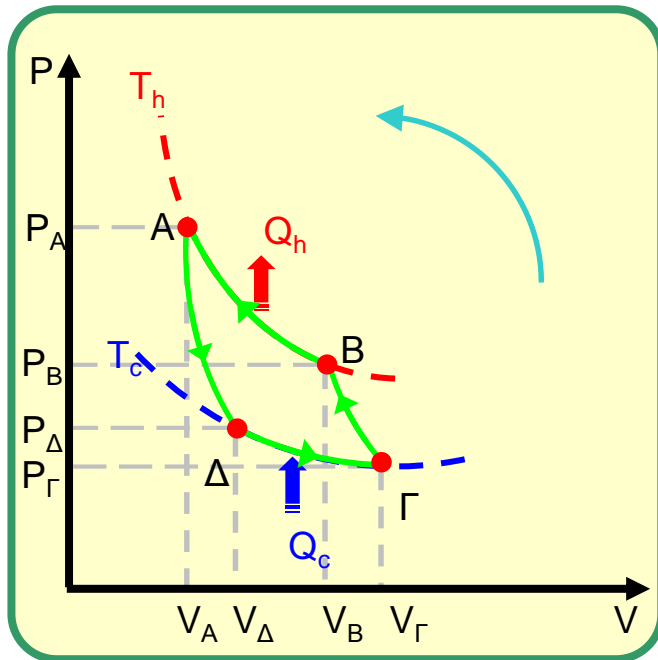
αντλία θερμότητας

Ο βέλτιστος κύκλος σε μία αντλία θερμότητας είναι να αποδοθεί το μέγιστο ποσό Q_h στη θερμή δεξαμενή (ωφέλιμη ενέργεια) προς τη μικρότερη δυνατή κατανάλωση μηχανικού έργου W .

$$\xi_{\mu} = \frac{|Q_h|}{W} = \frac{1}{\eta}$$

ωφέλιμη ενέργεια
δαπανώμενη ενέργεια

4.3 ψυκτική μηχανή Carnot



Κάθε μεταβολή στον κύκλο Carnot είναι αντιστρεπτή. Μπορούμε να αντιστρέψουμε ολόκληρη τη λειτουργία της μηχανής και να μετατρέψουμε τη θερμική μηχανή Carnot σε ψυκτική μηχανή Carnot.

Αποδεικνύεται όμοια, ότι ισχύει:

$$\frac{|Q_c|}{|Q_h|} = \frac{T_c}{T_h}$$

Κατά συνέπεια, όταν λειτουργήσει ως:

Ψυκτική μηχανή
(ψυγείο)

Θερμαντική μηχανή
(αντλία θερμότητας)

$$\zeta_{\psi,c} = \frac{|Q_c|}{W} = \frac{|Q_c|}{|Q_h| - |Q_c|} = \frac{1}{\frac{|Q_h|}{|Q_c|} - 1} = \frac{1}{\frac{T_h}{T_c} - 1} = \frac{T_c}{T_h - T_c}$$

$$\zeta_{\theta,c} = \frac{|Q_h|}{W} = \frac{|Q_h|}{|Q_h| - |Q_c|} = \frac{1}{1 - \frac{|Q_c|}{|Q_h|}} = \frac{1}{1 - \frac{T_c}{T_h}} = \frac{T_h}{T_h - T_c}$$

5. Το 1^ο θεώρημα του Carnot

Ο συντελεστής απόδοσης μίας θερμικής μηχανής δεν μπορεί να είναι μεγαλύτερος από το συντελεστή απόδοσης αντιστρεπτής μηχανής Carnot, που έχει τις ίδιες θερμοκρασίες στην θερμή και ψυχρή δεξαμενή.

6. Το 2^ο θεώρημα του Carnot

Ο συντελεστής απόδοσης του κύκλου Carnot δεν εξαρτάται από το είδος του σώματος που εκτελεί την κυκλική διαδικασία αλλά μόνο από τη θερμοκρασία της θερμής και ψυχρής δεξαμενής.

7. Η ανισότητα του Clausius

Η μαθηματική έκφραση του 1^{ου} και του 2^{ου} θεωρήματος Carnot αποτυπώνεται στην ανισότητα του Clausius

Ο συντελεστής απόδοσης μίας μη αντιστρεπτής μηχανής Carnot (γενική περίπτωση) δίνεται από τη σχέση:

$$\eta = 1 + \frac{Q_c}{Q_h}$$

Ο συντελεστής απόδοσης μίας αντιστρεπτής μηχανής Carnot δίνεται από τη σχέση:

$$\eta_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}$$

Σύμφωνα με τα θεωρήματα του Carnot ισχύει: $\eta \leq \eta_c$ άρα:

$$1 + \frac{Q_c}{Q_h} \leq 1 - \frac{T_c}{T_h} \Rightarrow \frac{Q_h}{T_h} + \frac{Q_c}{T_c} \leq 1$$

Ανισότητα Clausius
για το κύκλο Carnot

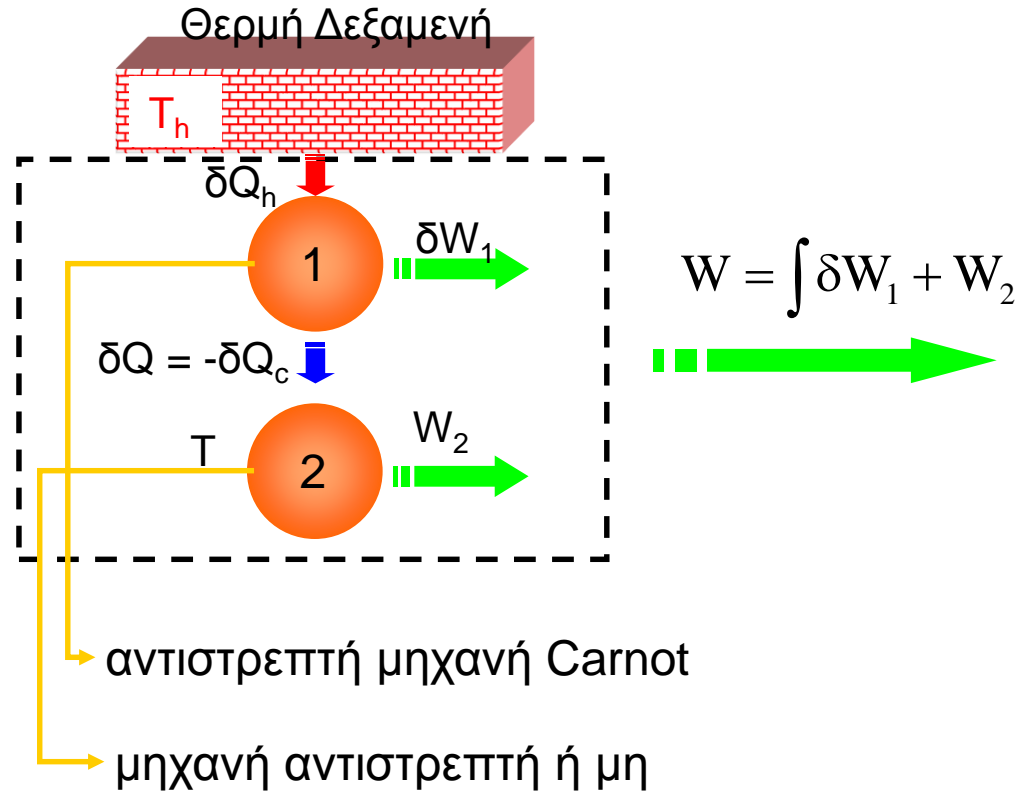
Η ανισότητα Clausius γενικεύεται και για κάθε μηχανή ως εξής:

Η μηχανή 1 απορροφάει θερμότητα δQ_h παράγοντας σε έναν κύκλο έργο δW_1 ενώ αποβάλλει θερμότητα δQ στη μηχανή 2 η οποία βρίσκεται σε σταθερή θερμοκρασία T (*). Η μηχανή 2 σε ένα κύκλο παράγει έργο W_2 .

Εφόσον η M 1 είναι αντιστρεπτή Carnot θα ισχύει:

$$\eta = \frac{\delta W_1}{\delta Q_h} \Rightarrow \left(1 - \frac{T}{T_h}\right) = \frac{\delta W_1}{\delta Q_h} \quad \frac{-\delta Q}{\delta Q_h} = \frac{T}{T_h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{T_h}{T} \left(1 - \frac{T}{T_h}\right) = \frac{\delta W_1}{-\delta Q} \Rightarrow \delta W_1 = \delta Q \left(\frac{T_h}{T} - 1\right)$$



(*) Για να γίνει αυτό πρέπει η διάρκεια των κύκλων της μηχανής 1 να είναι πολύ μικρότερη από τη διάρκεια ενός κύκλου της μηχανής (2)

Το έργο της μηχανής 2 σε ένα κύκλο θα είναι: $W_2 = \oint \delta Q$

Το συνολικό έργο που παράγουν οι δύο μηχανές στο χρονικό διάστημα που η μηχανή 1 κάνει έναν κύκλο θα είναι:

$$W = W_1 + W_2 = \oint \delta Q \left(\frac{T_h}{T} - 1 \right) + \oint \delta Q = T_h \oint \frac{\delta Q}{T}$$

Σύμφωνα, όμως, με την αρχή του Kelvin το συνολικό σύστημα ΔΕΝ μπορεί να έχει μοναδικό αποτέλεσμα την απορρόφηση θερμότητας και παραγωγή έργου χωρίς την προσφορά θερμότητας σε ψυχρή δεξαμενή. Άρα, για να λειτουργήσει αυτό το σύστημα είτε πρέπει να προσφέρεται έργο ($W < 0$), είτε το έργο που παράγει να είναι μηδενικό ($W = 0$) και επειδή $T_h > 0$ θα ισχύει:

$$\oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Ανισότητα Clausius για οποιαδήποτε μηχανή

Η ισότητα αναφέρεται για αντιστρεπτούς κύκλους ενώ η ανισότητα για μη αντιστρεπτούς κύκλους