☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

ΘΕΡΜΙΚΗ ΔΙΑΣΤΟΛΗ
ΘΕΩΡΙΑ & ΑΣΚΗΣΕΙΣ

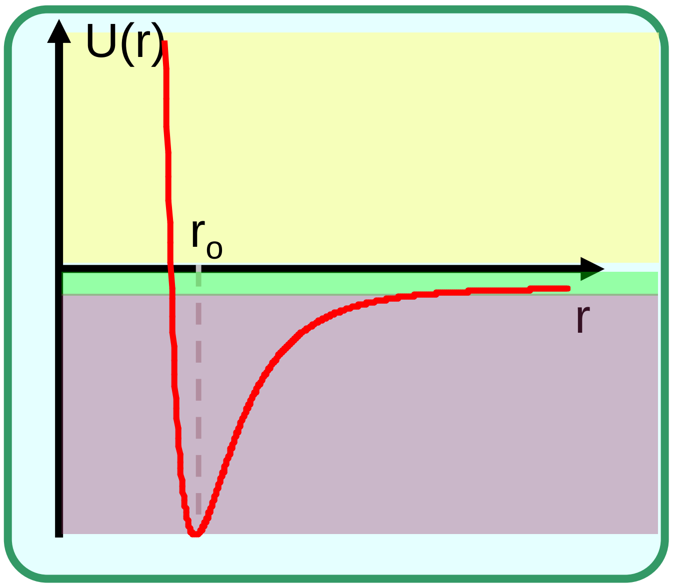
Περιεχόμενα

1. Θερμική διαστολή (μικροσκοπική ερμηνεία)

Τα μόρια εκτός από την δυναμική ενέργεια αλληλεπίδρασης U έχουν και κινητική ενέργεια E_K

Η ολική ενέργεια θα είναι:

$$E_{ΟΛ} = E_K + U$$

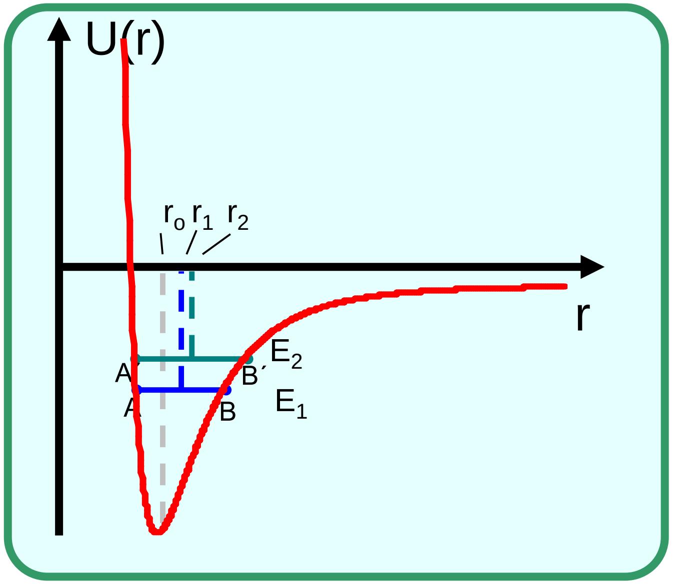


Όταν $E_{ολ} > 0$ οι δυνάμεις μεταξύ των μορίων είναι απωστικές. Δηλαδή έχουμε αέρια κατάσταση.

Όταν $E \lesssim 0$ έχουμε υγρή κατάσταση

Όταν $E < 0$ έχουμε στερεά κατάσταση

Το προηγούμενο διάγραμμα δυναμικής ενέργειας αναφέρεται **στην αλληλεπίδραση μόνο 2 σωματιδίων**, σε ένα υλικό υπάρχουν πολλά περισσότερα. Θεωρούμε, όμως, ότι η δυναμική ενέργεια αλληλεπίδρασης για κάθε σωματίδιο δεν διαφέρει ποιοτικά από το προηγούμενο σχήμα.



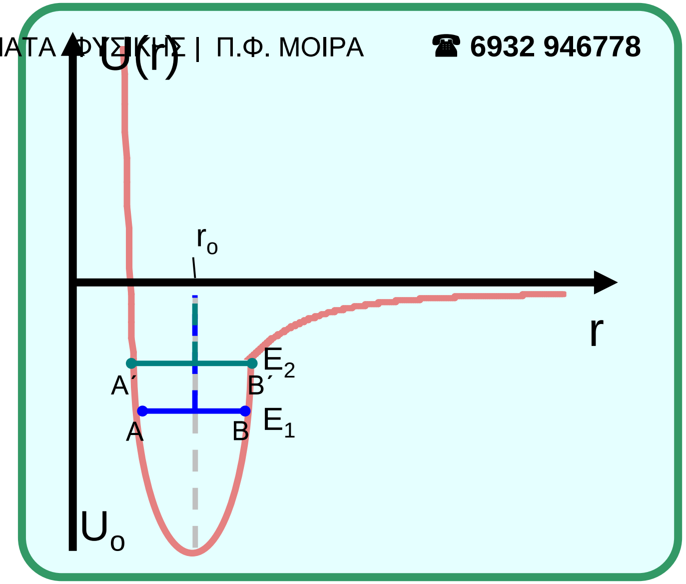
Ας υποθέσουμε ένα σωματίδιο του στερεού (άτομο, μόριο ή ιόν) το οποίο έχει ολική ενέργεια $E_1 < 0$.

Αυτό θα έχει μία θέση ισορροπίας r_1 και θα ταλαντώνεται γύρω από αυτήν (από το σημείο Α έως το σημείο Β) εφόσον έχει κινητική ενέργεια.

Αν αυξηθεί η θερμοκρασία του στερεού, τότε αυξάνεται η κινητική ενέργεια των σωματιδίων με αποτέλεσμα το κάθε σωματίδιο να αποκτήσει μία ενέργεια $E_2 > E_1$. Αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα μία μετατόπιση της θέσης ισορροπίας του κάθε σωματιδίου $r_2 > r_1$ ενώ θα ταλαντώνεται από το σημείο Α΄ μέχρι το σημείο Β΄.

Το ότι μεγαλώνει η απόσταση της θέσης ισορροπίας με την αύξηση της θερμοκρασίας, έχει ως αίτιο και την αύξηση της μέσης απόστασης των σωματιδίων, με άλλα λόγια έχουμε **διαστολή του σώματος**.

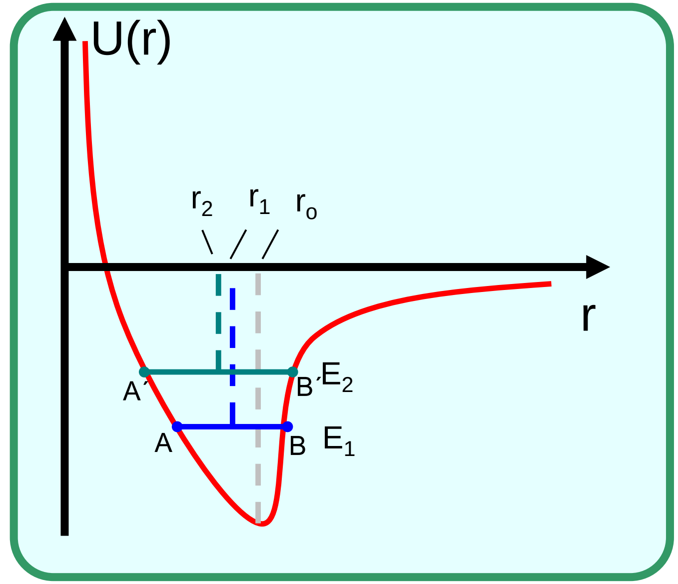
Θέμα: εξηγήστε χρησιμοποιώντας το κατάλληλο διάγραμμα γιατί τα σώματα θερμαίνονται όταν διαστέλλονται;



Τι θα γίνονταν αν το δυναμικό ήταν συμμετρικό;

Υπάρχουν υλικά, όπως ο χαλαζίας, οπού το δυναμικό κοντά στην περιοχή ελάχιστης δυναμικής ενέργειας U_o είναι σχεδόν συμμετρικό (η αρμονικό, όπως αλλιώς λέγεται), αυτό θα έχει ως αποτέλεσμα να μην παρατηρείται θερμική διαστολή ή διαστολή να είναι ελάχιστη.

Υπάρχουν υλικά, όπου με την αύξηση της θερμοκρασίας συστέλλονται;



Αν η δυναμική ενέργεια έχει παράδειγμα το διπλανό σχήμα, όπως το ασβέστιο ή το ουράνιο, με την αύξηση της θερμοκρασίας το σημείο ισορροπίας μετατοπίζεται προς τα αριστερά, άρα οι μέσες αποστάσεις των σωματιδίων μικραίνουν και τελικά παρατηρείται θερμική συστολή.

Άμεση σημασία για την διαστολή ενός στερεού σώματος έχει το σχήμα της δυναμικής ενέργειας

2. Συντελεστής θερμικής διαστολής

Γραμμική διαστολή

Γραμμική ονομάζουμε τη διαστολή η οποία εξετάζεται σε μία διάσταση μόνο, με άλλα λόγια, όταν το στερεό έχει σχήμα λεπτής επιμήκους ράβδου, όπου οι άλλες διαστάσεις είναι αμελητέες σε σχέση με το μήκος της.

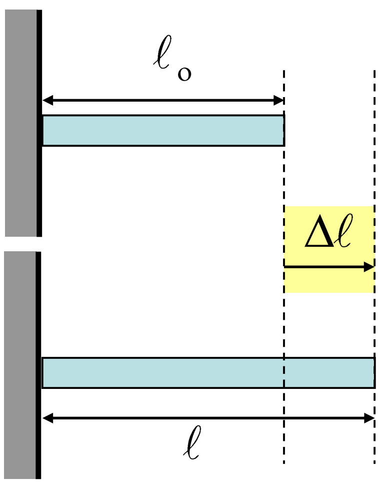
Συντελεστής γραμμικής διαστολής

Ο συντελεστής γραμμικής διαστολής ορίζεται ως η σχετική μεταβολή του μήκους ανά μονάδα θερμοκρασίας (και εξαρτάται από το υλικό).

$$\alpha_\ell = \frac{1}{\ell}\left.\frac{\partial \ell}{\partial T}\right|_P$$

Μονάδα μέτρησης: K^{-1} ή grad^{-1}

Προσεγγίζοντας



$$\left.\frac{\partial \ell}{\partial T}\right|_P \approx \frac{\Delta\ell}{\Delta T} \Rightarrow \alpha_\ell = \frac{1}{\ell_o}\frac{\Delta\ell}{\Delta T} \Rightarrow \Delta\ell = \alpha_\ell \ell_o \Delta T \Rightarrow \ell = \ell_o\left(1+\alpha_\ell \Delta T\right)$$

$$\ell = \ell_o\left(1+\alpha_\ell \Delta T\right)$$

Κυβική διαστολή

Κυβική ονομάζουμε τη διαστολή η οποία εξετάζεται και στις 3 διαστάσεις του σώματος.

Συντελεστής κυβικής διαστολής

Ο συντελεστής κυβικής διαστολής ορίζεται ως η σχετική μεταβολή του όγκου ανά μονάδα θερμοκρασίας (και εξαρτάται από το υλικό).

$$\alpha_V = \frac{1}{V}\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_P$$ Μονάδα μέτρησης: K^{-1} ή grad^{-1}

Προσεγγίζοντας

$$\left.\frac{\partial V}{\partial T}\right|_P \approx \frac{\Delta V}{\Delta T} \Rightarrow \alpha_V = \frac{1}{V_o}\frac{\Delta V}{\Delta T} \Rightarrow \Delta V = \alpha_V V_o \Delta T \Rightarrow V = V_o\left(1+\alpha_V \Delta T\right)$$

$$V = V_o\left(1+\alpha_V \Delta T\right)$$

Για ισότροπο στερεό ισχύει: $\alpha_V = 3\alpha_\ell$

Ισότροπο υλικό είναι εκείνο που παρουσιάζει τα ίδια χαρακτηριστικά ελαστικότητας προς όλες τις διευθύνσεις σε οποιοδήποτε σημείο του.

ΑΣΚΗΣΗ 1

Τι μήκος ℓ_o πρέπει να έχουν στους θ_o = 0 °C σιδερένια και χάλκινη ράβδος, ώστε σε κάθε θερμοκρασία η σιδερένια να είναι μεγαλύτερη πάντα κατά 5 cm μεγαλύτερη της χάλκινης. Δίνονται $\alpha_{l(Cu)} = 17\cdot 10^{-6}\ K^{-1}$ $\alpha_{l(Fe)} = 12\cdot 10^{-6}\ K^{-1}$.

Ισχύει: $T \approx 273+\theta \Rightarrow \Delta T = \Delta\theta$

Το μήκος μίας ράβδου μπορεί να γραφεί: $\ell = \ell_o\left(1+\alpha_\ell \Delta T\right) = \ell_o\left(1+\alpha_\ell\Delta\theta\right)$

Επειδή θ_o = 0 °C $\Delta\theta = \theta-\theta_o = \theta - 0 = \theta$ άρα $\ell = \ell_o\left(1+\alpha_\ell\theta\right)$

Για το χαλκό έχουμε: $\ell_{Cu} = \ell_{o,Cu} + \ell_{o,Cu}\alpha_{\ell(Cu)}\theta$ (1)

Για το σίδηρο έχουμε: $\ell_{Fe} = \ell_{o,Fe} + \ell_{o,Fe}\alpha_{\ell(Fe)}\theta$ (2)

Η μεταβολή του μήκους των δύο ράβδων θα είναι:
$$\begin{aligned}\Delta\ell &= \ell_{Fe} - \ell_{Cu}\\ &= \ell_{o,Fe} - \ell_{o,Cu}\end{aligned}$$

Αφαιρώντας κατά μέλη (1) – (2) προκύπτει: $\ell_{o,Cu}\alpha_{\ell(Cu)} = \ell_{o,Fe}\alpha_{\ell(Fe)}$ (3)

$$\Delta\ell = \ell_{o,Fe} - \ell_{o,Cu} \overset{\ell_{o,Cu} = \ell_{o,Fe}\frac{\alpha_{\ell(Fe)}}{\alpha_{\ell(Cu)}}}{=} \ell_{o,Fe} - \ell_{o,Fe}\frac{\alpha_{\ell(Fe)}}{\alpha_{\ell(Cu)}} = \ell_{o,Fe}\frac{\alpha_{\ell(Cu)} - \alpha_{\ell(Fe)}}{\alpha_{\ell(Cu)}} \Rightarrow$$

$$\ell_{o,Fe} = \frac{\alpha_{\ell(Cu)}}{\alpha_{\ell(Cu)} - \alpha_{\ell(Fe)}}\Delta\ell = \frac{17\cdot 10^{-6}K^{-1}}{17\cdot 10^{-6}K^{-1} - 12\cdot 10^{-6}K^{-1}}5cm = 17cm$$

Ενώ: $\ell_{o,Cu} = 12cm$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Τι δυνάμεις πρέπει να ασκήσουμε στα άκρα χάλκινης ράβδου διατομής $S = 1\ cm^2$, ώστε να μη της επιτρέψουμε να διασταλεί, όταν τη θερμαίνουμε από του 0^oC στους 10^oC, δίνονται $\alpha_l = 17 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$, $E = 12 \cdot 10^{10}\ N/m^2$.

Το μήκος της ράβδου μετά από μια τέτοια μεταβολή θερμοκρασίας είναι:

$$\ell = \ell_o(1+\alpha_\ell \Delta\theta) \Rightarrow \ell = \ell_o + \ell_o \alpha_\ell \Delta\theta \Rightarrow \frac{\ell - \ell_o}{\ell_o} = \alpha_\ell \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta\ell}{\ell_o} = \alpha_\ell \Delta\theta$$

Από το Νόμο του Hooke (θεώρώντας ότι η ράβδος βρίσκεται στην ελαστική περιοχή) έχουμε:

$$\sigma = E\varepsilon \Rightarrow \frac{F}{S} = E\frac{\Delta\ell}{\ell_o} \Rightarrow \frac{F}{S} = E\alpha_\ell \Delta\theta \Rightarrow$$

$$F = SE\alpha_\ell \Delta\theta$$

Για να μην διασταλεί η ράβδος πρέπει να ασκήσουμε στις πλευρές τις αξονικές δυνάμεις μέτρου:

$$F = (10^{-2}m)^2 \cdot 12 \cdot 10^{10}\frac{N}{m^2} \cdot 17 \cdot 10^{-6} K^{-1} 10K = 2040N$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο άκρο ατσάλινου σύρματος ακτίνας r = 1mm κρέμεται μάζα, υπό την επίδραση του οποίου το σύρμα επιμηκύνεται τόσο, όσο διαστέλλεται όταν αυξάνουμε τη θερμοκρασία της κατά $\Delta\theta$ = 20 ^oC. Υπολογίστε τη μάζα του σώματος. Δίνονται $\alpha_l = 10.5 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$, $E = 22 \cdot 10^{10}\ N/m^2$.

Η σχετική επιμήκυνση της ράβδου θα βρεθεί από τη σχέση:

$$\ell = \ell_o(1+\alpha_\ell\Delta\theta) \Rightarrow \ell = \ell_o + \ell_o\alpha_\ell\Delta\theta \Rightarrow \frac{\ell-\ell_o}{\ell_o} = \alpha_\ell\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta\ell}{\ell_o} = \alpha_\ell\Delta\theta$$

Από το Νόμο του Hooke έχουμε:

$$\sigma = E\varepsilon \Rightarrow \frac{F}{S} = E\frac{\Delta\ell}{\ell_o} \Rightarrow \frac{F}{S} = E\alpha_\ell\Delta\theta \Rightarrow$$

$$F = SE\alpha_\ell\Delta\theta$$

Αν το ένα άκρο του σύρματος είναι στερεωμένο σε τοίχο τότε πρέπει να κρεμάσουμε μάζα:

$$mg = SE\alpha_\ell\Delta\theta \overset{S=\pi r^2}{\Rightarrow} m = \frac{1}{g}\pi r^2 E\alpha_\ell\Delta\theta$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

$$m = \frac{1}{9.81\frac{m}{S^2}}\pi\left(10^{-3}m\right)^2 22\cdot10^{10}\frac{N}{m^2}\cdot10.5\cdot10^{-6}K^{-1}20K = 14.8kgr$$

☎ 6932 946778

ΑΣΚΗΣΗ 4

Χάλκινο σύρμα τεντώθηκε, όταν είχε θερμοκρασία $\theta_1 = 150^oC$ και στερεώθηκε σε δύο ακλόνητα στηρίγματα. Σε ποια θερμοκρασία θα κοπεί το σύρμα; Θεωρείστε ότι ισχύει ο νόμος του Hooke. Δίνονται $\alpha_l = 17 \cdot 10^{-6}\ K^{-1}$, $E = 12 \cdot 10^{10}\ N/m^2$ $\sigma_\theta = 0.245\ GPa$.

Η σχετική επιμήκυνση της ράβδου θα βρεθεί από τη σχέση:

$$\ell = \ell_o(1+\alpha_\ell \Delta\theta) \Rightarrow \ell = \ell_o + \ell_o \alpha_\ell \Delta\theta \Rightarrow \frac{\ell - \ell_o}{\ell_o} = \alpha_\ell \Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta\ell}{\ell_o} = \alpha_\ell \Delta\theta$$

Στην θερμοκρασία όπου σπάει το σύρμα το υλικό βρίσκεται στην πλαστική περιοχή, εφόσον η άσκηση λέει να θεωρήσουμε ότι ισχύει ο νόμος του Hooke τότε στο σημείο όπου σπάει το σύρμα θα ισχύει:

$$\sigma_\theta = -E\varepsilon = -E\frac{\Delta\ell}{\ell_o} = -E\alpha_\ell \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = -\frac{\sigma_\theta}{E\alpha_\ell}$$

Όσο παγώνει το σύρμα αυτό συμπιέζεται από τα ακλόνητα στηρίγματα, έχουμε συνεπώς θλίψη και για αυτό το λόγω βάλαμε το πρόσημο αυτό.

$$\theta_2 - \theta_1 = -\frac{\sigma_\theta}{E\alpha_\ell} \Rightarrow \theta_2 = \theta_1 - \frac{\sigma_\theta}{E\alpha_\ell}$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

$$\theta_2 = 150^oC - \frac{0.245 \cdot 10^9 \frac{N}{m^2}}{12 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2} \cdot 17 \cdot 10^{-6} grad^{-1}} = 150^oC - 120^oC = 30^oC$$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Όταν θερμαίνουμε κάποιο μέταλλο από θερμοκρασία $\theta_o = 0^oC$ σε $\theta_1 = 500^oC$ η πυκνότητα του μειώνεται 1.027 φορές. Υπολογίστε για το μέταλλο αυτό το συντελεστή θερμικής διαστολής α_l, θεωρώντας τον σταθερό σε αυτή την περιοχή θερμοκρασιών.

Η διαστολή θα είναι κυβική $V = V_o\left(1+\alpha_V \Delta T\right)$

αν το μέταλλο είναι ισότροπο τότε: $\alpha_V = 3\alpha_\ell$ άρα

$$V = V_o\left(1+3\alpha_\ell \Delta T\right) \Rightarrow \frac{V}{m} = \frac{V_o}{m}\left(1+3\alpha_\ell \Delta T\right) \Rightarrow \rho = \rho_o\left(1+3\alpha_\ell \Delta T\right) \Rightarrow$$

$$\frac{\rho}{\rho_o} = 1+3\alpha_\ell \Delta T \Rightarrow \alpha_\ell = \frac{1}{3\Delta T}\left(\frac{\rho}{\rho_o}-1\right)$$

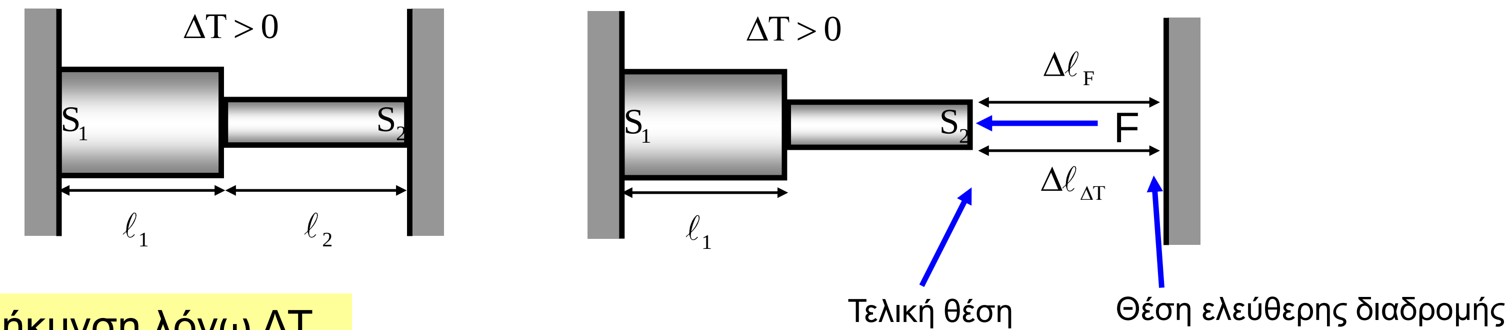
Αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

$$\alpha_\ell = \frac{1}{3\Delta T}\left(\frac{\rho}{\rho_o}-1\right) \overset{\Delta T=\Delta\theta}{=} \frac{1}{3\cdot 500K}\left(1.027-1\right) = 18\cdot 10^{-6}K^{-1}$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Αμφίπακτη σύνθετη ράβδος αποτελούμενη από τις ράβδους 1 και 2 υφίσταται θερμοκρασιακή αύξηση ΔΤ. Να υπολογιστούν οι αναπτυσσόμενες τάσεις στα δύο υλικά. Δίνονται:

$$\ell_1, \ell_2, S_1, S_2, E_1, E_2, \alpha_{\ell 1}, \alpha_{\ell 2}$$



Επιμήκυνση λόγω ΔΤ

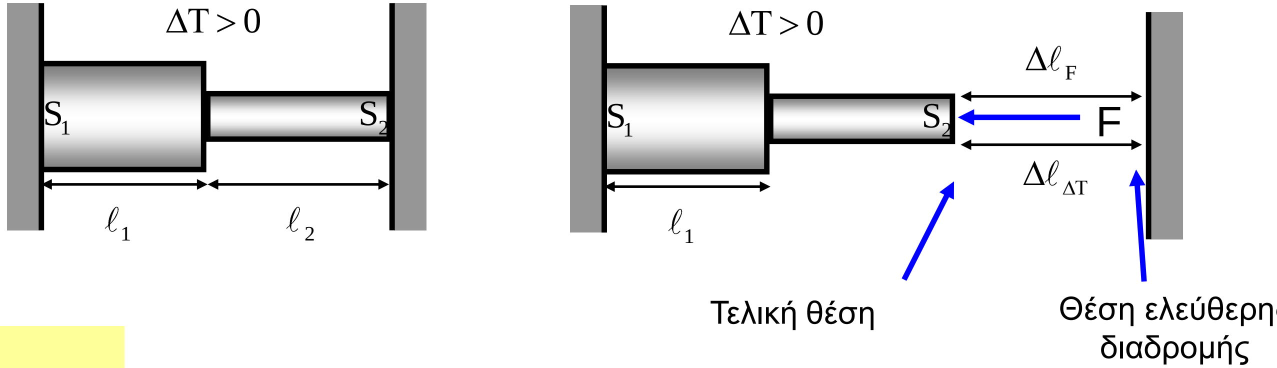
Αν οι δύο ράβδοι ήταν ελεύθερες να διασταλούν κατά $\Delta\ell$, λόγω της αύξησης της θερμοκρασίας ΔΤ:

Η 1 θα διαστελλόταν κατά: $\Delta\ell_1 = \ell_1 \alpha_{\ell 1} \Delta T$

Η 2 θα διαστελλόταν κατά: $\Delta\ell_2 = \ell_2 \alpha_{\ell 2} \Delta T$

Η συνολική επιμήκυνση θα ήταν:

$$\Delta\ell_{\Delta T} = \left(\ell_1 \alpha_{\ell 1} + \ell_2 \alpha_{\ell 2}\right) \Delta T \quad (1)$$



Επιβράχυνση λόγω τάσης

Επειδή, όμως, η επιμήκυνση εμποδίζεται από τους ανυποχώρητους τοίχους, θα υπάρχει μία θλιπτική δύναμη F σε κάθε μέρια τέτοια ώστε να αναιρεί την επιμήκυνση αυτή.

Από το Νόμο του Hooke έχουμε:

$$\sigma = -E\varepsilon \;\Rightarrow\; \frac{F}{S} = -E\frac{\Delta\ell}{\ell} \;\Rightarrow\; \Delta\ell = -\frac{\ell}{ES}F$$

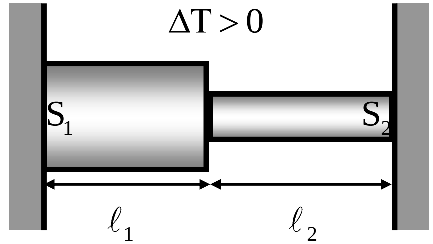
Επειδή έχουμε θλίψη επιλέξαμε αυτό το πρόσημο.

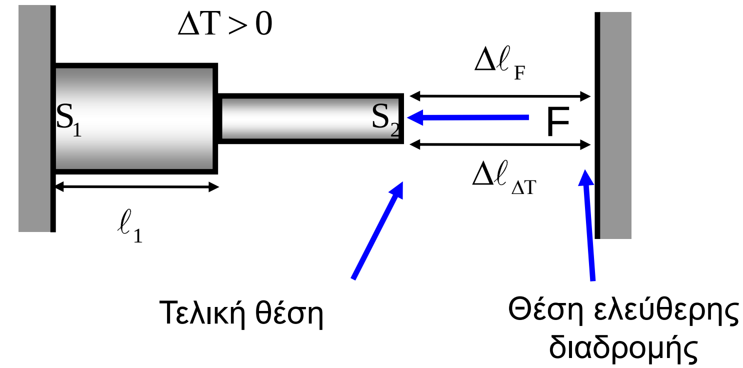
Η 1 θα συμπιεζόταν κατά: $\Delta\ell_1 = -\frac{\ell_1}{E_1S_1}F$

Η 2 θα συμπιεζόταν κατά: $\Delta\ell_2 = -\frac{\ell_2}{E_2S_2}F$

Η συνολική επιβράχυνση θα ήταν:

$$\Delta\ell_F = -F\left(\frac{\ell_1}{E_1S_1} + \frac{\ell_2}{E_2S_2}\right) \quad (2)$$





$$\Delta\ell_{\Delta T} = \left(\ell_1 \alpha_{\ell 1} + \ell_2 \alpha_{\ell 2}\right)\Delta T \quad (1)$$

$$\Delta\ell_{F} = -F\left(\frac{\ell_1}{E_1 S_1} + \frac{\ell_2}{E_2 S_2}\right) \quad (2)$$

Αφού τα τοιχώματα είναι ακλόνητα θα ισχύει:

$$\Delta\ell_{\Delta T} = \Delta\ell_{F} \;\Rightarrow\; \left(\ell_1 \alpha_{\ell 1} + \ell_2 \alpha_{\ell 2}\right)\Delta T = -F\left(\frac{\ell_1}{E_1 S_1} + \frac{\ell_2}{E_2 S_2}\right) \Rightarrow$$

$$F = -\frac{\left(\ell_1 \alpha_{\ell 1} + \ell_2 \alpha_{\ell 2}\right)\Delta T}{\left(\dfrac{\ell_1}{E_1 S_1} + \dfrac{\ell_2}{E_2 S_2}\right)} = -\frac{\left(\ell_1 \alpha_{\ell 1} + \ell_2 \alpha_{\ell 2}\right)\Delta T}{\dfrac{\ell_1 E_2 S_2 + \ell_2 E_1 S_1}{E_1 S_1 E_2 S_2}} = -\frac{E_1 S_1 E_2 S_2}{\ell_1 E_2 S_2 + \ell_2 E_1 S_1}\left(\ell_1 \alpha_{\ell 1} + \ell_2 \alpha_{\ell 2}\right)\Delta T$$

Η δύναμη F είναι αρνητική γιατί έχουμε θλίψη, επιφέρει όμως σε κάθε ράβδο διαφορετικές θλιπτικές τάσεις που δίνονται από τη σχέση:

$$\sigma_1 = \frac{F}{S_1} \quad \text{και} \quad \sigma_2 = \frac{F}{S_2}$$

Παρατήρηση

Αν οι δύο ράβδοι ήταν από το ίδιο υλικό τότε:

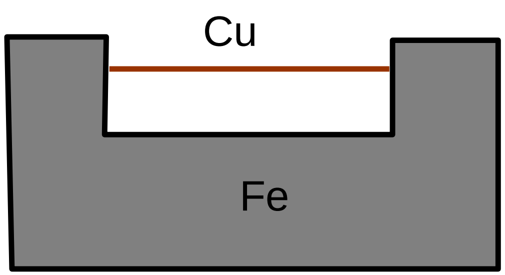
$$F = -E\alpha_{\ell}\frac{S_1 S_2}{\ell_1 S_2 + \ell_2 S_1}\left(\ell_1 + \ell_2\right)\Delta T$$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Χάλκινο σύρμα μήκους 1m και διατομής $10mm^2$ στερεώνεται σε αναβολέα όπως στο σχήμα. Όταν η θερμοκρασία του συστήματος είναι 15^oC η δύναμη που υφίσταται το σύρμα είναι 13N.

(α) να εξηγείστε αν είναι εφικτό σε κάποια θερμοκρασία να πάψη να έχει τάση το σύρμα και αν ναι να βρείτε σε ποια θερμοκρασία τούτο συμβαίνει

(β) βρείτε επίσης πόση θα είναι η δύναμη στο σύρμα όταν η θερμοκρασία όλου του συστήματος είναι -15^oC; Θεωρήστε ότι η παραμόρφωση του αναβολέα από τη τάση του σύρματος είναι αμελητέα και ότι $E_{Cu}= 12*10^{10}N/m^2$, $\alpha_{Fe}=125*10^{-7}grad^{-1}$ και $\alpha_{Cu}=165*10^{-7}grad^{-1}$



α) Αν το σύρμα είχε ελεύθερα άκρα τότε η μεταβολή του μήκους του λόγω αύξηση της θερμοκρασία θα ήταν:

$$\Delta\ell_1 = \ell\alpha_{\ell Cu}\Delta T$$

Με την αύξηση της θερμοκρασίας, όμως, διαστέλλεται ο αναβολέας με αποτέλεσμα η απόσταση του διακένου να αυξάνει, άρα:

$$\Delta\ell_2 = \ell\alpha_{\ell Fe}\Delta T$$

Εξ' ορισμού για τον αναβολέα η συνολική επιμήκυνση του σύρματος θα είναι:

$$\Delta\ell = \Delta\ell_1 - \Delta\ell_2 = \ell\Delta T\left(\alpha_{\ell Cu} - \alpha_{\ell Fe}\right)$$

☎ 6932 946778

Από το Νόμο του Hooke για το σύρμα έχουμε:

$$\sigma = E_{Cu}\varepsilon \Rightarrow \frac{F}{S} = E_{Cu}\frac{\Delta\ell}{\ell} \xRightarrow{\frac{\Delta\ell}{\ell}=\Delta T(\alpha_{\ell Cu}-\alpha_{\ell Fe})} \frac{F}{S} = E_{Cu}\Delta T\left(\alpha_{\ell Cu} - \alpha_{\ell Fe}\right) \Rightarrow$$

$$\Delta T = \frac{F}{SE_{Cu}}\frac{1}{\left(\alpha_{\ell Cu} - \alpha_{\ell Fe}\right)} \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{F}{SE_{Cu}}\frac{1}{\left(\alpha_{\ell Cu} - \alpha_{\ell Fe}\right)}$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

$$T_2 = \left(273+15\right)K + \frac{13N}{10\cdot 10^{-6}m^2\cdot 12\cdot 10^{10}\frac{N}{m^2}}\frac{1}{\left(165\cdot 10^{-7}K^{-1} - 125\cdot 10^{-7}K^{-1}\right)} = 290.7K = 17.7^{o}C$$

β) Από το Νόμο του Hooke για το σύρμα έχουμε:

$$\sigma = E_{Cu}\varepsilon \Rightarrow \frac{F}{S} = E_{Cu}\frac{\Delta\ell}{\ell} \xRightarrow{\frac{\Delta\ell}{\ell}=\Delta T(\alpha_{\ell Cu}-\alpha_{\ell Fe})} F = SE_{Cu}\Delta T\left(\alpha_{\ell Cu} - \alpha_{\ell Fe}\right)$$

Αντικαθιστώντας βρίσκουμε:

$$F = 10\cdot 10^{-6}m^2\cdot 12\cdot 10^{10}\frac{N}{m^2}\overset{\Delta\theta=\Delta T=30}{30K}\left(165\cdot 10^{-7}K^{-1} - 125\cdot 10^{-7}K^{-1}\right) = 144N$$