

Μεθοδικά, απλά & κατανοητά...

Θέμα

Βρήκατε ένα κλειστό κουτί στο οποίο αναγράφεται ότι περιέχει ένα κράμα το οποίο κατασκευάστηκε με ίσες μάζες δύο ραδιενεργών μετάλλων Α και Β με χρόνους ζωής 12 χρόνια και 18 χρόνια αντίστοιχα. Ανοίγεται το κουτί και βρίσκετε ότι περιέχει 0.53kg από το Α και 2.20kg από το Β. Ποια η ηλικία του κράματος;

$$t=0 : \boxed{A, B} \quad m_{0A} = m_{0B}$$

$$t: \text{αίτημα} \quad \boxed{A, B} \quad m_A = 0,53 \text{ kg} \\ m_B = 2,2 \text{ kg}$$

Επειδή οι χρόνοι ημιζωής των ραδιενεργών μετάλλων Α και Β είναι $t_{A,1/2} = 12$ χρόνια και $t_{B,1/2} = 18$ χρόνια, η σταθερά διάσπασης του κάθε ραδιενεργού μετάλλου είναι:

$$\lambda_A = \frac{\ln 2}{t_{A,1/2}} = \frac{0,693}{12 \text{ χρόνια}} \rightarrow \lambda_A = 0,05775 \text{ χρόνια}^{-1}$$

$$\lambda_B = \frac{\ln 2}{t_{B,1/2}} = \frac{0,693}{18 \text{ χρόνια}} \rightarrow \lambda_B = 0,0385 \text{ χρόνια}^{-1}$$

Σύμφωνα με το νόμο της ραδιενεργού διάσπασης για κάθε ραδιενεργό μέταλλο θα ισχύει:

$$N_A = N_{0A} e^{-\lambda_A t} \quad (1) \quad \text{και} \quad N_B = N_{0B} e^{-\lambda_B t} \quad (2)$$

Αλλά η σχέση που συνδέει τη μάζα ενός στοιχείου με τον αριθμό των ατόμων (πυρήνων) του Ν, είναι:

$$m = n \cdot A \quad (3) \quad \text{όπου } n: \text{αριθμός moles και } A: \text{ατομικό βάρος σε gr.}$$

$$\text{Αλλά: } \begin{array}{l} 1 \text{ mol} = N_A \text{ πυρήνες} \\ n \text{ mol} = N \text{ πυρήνες} \end{array} \quad \left| \quad n = \frac{N}{N_A} \quad (4) \right.$$

Μεθοδικά, απλά & κατανοητά...

$$\text{Οπότε: } |z| \sim |k| \rightarrow m = \frac{N}{N_A} AB \rightarrow N = \frac{m N_A}{AB} \quad (5)$$

Συνεπώς οι σχέσεις (5) και (2) λόγω του (1) γίνονται:

$$N_A = N_{0A} e^{-\lambda_A t} \rightarrow \frac{m_A N_A}{AB_A} = \frac{m_{0A} N_A}{AB_A} e^{-\lambda_A t} \rightarrow$$

$$\rightarrow m_A = m_{0A} e^{-\lambda_A t} \quad (6)$$

$$\text{και } N_B = N_{0B} e^{-\lambda_B t} \rightarrow \frac{m_B N_A}{AB_B} = \frac{m_{0B} N_A}{AB_B} e^{-\lambda_B t} \rightarrow$$

$$\rightarrow m_B = m_{0B} e^{-\lambda_B t} \quad (7)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις (6), (7) και λαμβάνοντας υπόψη ότι

$m_{0A} = m_{0B}$ προκύπτει:

$$\frac{m_A}{m_B} = \frac{m_{0A} e^{-\lambda_A t}}{m_{0B} e^{-\lambda_B t}} \rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{e^{-\lambda_A t}}{e^{-\lambda_B t}} = e^{-\lambda_A t} e^{\lambda_B t} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{m_A}{m_B} = e^{(\lambda_B - \lambda_A)t} \rightarrow \frac{0,53 \text{ kg}}{2,2 \text{ kg}} = e^{(0,0385 - 0,05775)t} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,241 = e^{-0,01925t} \rightarrow \ln 0,241 = -0,01925t \rightarrow$$

$$\rightarrow -1,4229 = -0,01925t \rightarrow$$

$$\rightarrow t = \frac{1,4229}{0,01925} \rightarrow \boxed{t = 73,9 \text{ χρόνια}}$$

Άρα η ηλικία του γάλακτος είναι 73,9 χρόνια.