

Μεθοδικά, απλά & κατανοητά...

Θέμα

Θεωρείστε τη βασική κατάσταση των πυρήνων ^{57}Co και ^{29}Al . Για τον κάθε ένα πυρήνα

- (α) Βρείτε την κατανομή των νετρονίων και των πρωτονίων στα ενεργειακά επίπεδα του μοντέλου των φλοιών.
- (β) Υπολογίστε την πάριτη και το σπιν με βάση το μοντέλο των φλοιών.
- (γ) Υπολογίστε τη μαγνητική διπολική ροπή με βάση το μοντέλο των φλοιών.

α) Σύμφωνα με το μοντέλο των φλοιών η κατανομή των νετρονίων (πρωτονίων και νετρονίων) του πυρήνα $^{57}_{27}\text{Co}$ και $^{29}_{13}\text{Al}$ αποδίδεται προς ακόλουθους πίνακες:

- Ο πυρήνας κοβαλτίου $^{57}_{27}\text{Co}$ είναι περίεος - άρτιος πυρήνας με $Z=27$ πρωτόνια και $N=A-Z=57-27=30$ νετρόνια.

| | $1s_{1/2}$ | $1p_{3/2}$ | $1p_{1/2}$ | $1d_{5/2}$ | $2s_{1/2}$ | $1d_{3/2}$ | $1f_{7/2}$ | $2p_{3/2}$ |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| ρ | 2 | 4 | 2 | 6 | 2 | 4 | 7 | |
| n | 2 | 4 | 2 | 6 | 2 | 4 | 8 | 2 |

- Ο πυρήνας Αργιλίου ή Αλουμινίου $^{29}_{13}\text{Al}$ είναι περίεος - άρτιος πυρήνας με $Z=13$ πρωτόνια και $N=A-Z=29-13=16$ νετρόνια.

| | $1s_{1/2}$ | $1p_{3/2}$ | $1p_{1/2}$ | $1d_{5/2}$ | $2s_{1/2}$ |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| ρ | 2 | 4 | 2 | 5 | |
| n | 2 | 4 | 2 | 6 | 2 |

Μεθοδικά, απλά & κατανοητά...

β) Το αβύθκυκο ηρωέουιο οεο φλοίο $1f7/2$ καθορίζει το σπιν και τμ parity του πυρήνα ${}_{27}^{57}\text{Co}$.

Ονότε είναι $J = \frac{7}{2}$ και το f αυεοειοχεί οε $l = 3$
 Διότμ η parity είναι $\pi = (-1)^l = (-1)^3 \rightarrow \pi = -1$.

Άρα: $J^\pi = \frac{7}{2}^-$

Το αποτέλεοα αυέο εφηνίτμ με τμ Δεδομένα του Nuclear Wallet.

Το αβύθκυκο ηρωέουιο οεο φλοίο $1d5/2$ καθορίζει το σπιν και τμ parity του πυρήνα ${}_{13}^{27}\text{Al}$.

Διότμ είναι $J = \frac{5}{2}$ και το d αυεοειοχεί οε $l = 2$ ονότε
 η parity είναι: $\pi = (-1)^l = (-1)^2 \rightarrow \pi = +1$.

Άρα: $J^\pi = \frac{5}{2}^+$

Το αποτέλεοα αυέο έφηνίτμ οε εφηνίτμ με τμ Δεδομένα του Nuclear Wallet.

δ) Σύμφωνα με τμ οέοα Schmidt (s.26) του βιβλίου Cottingham-Greenwood η βασημειή Διοοίμη ποή κώθε πυρήνα καθορίζετμ απ' το αβύθκυκο νουηέουίο του.

Μεθοδικά, απλά & κατανοητά...

Επειδή το αβύθωκο νουκλόνιο του πυρήνα ${}_{27}^{57}\text{Co}$ είναι αρπώσιο ισχύει ότι $g_L = 1$ και $g_S = 5,5845$, ενώ επειδή $l = 3$ και $j = \frac{7}{2}$ θα ισχύει ότι: $j = l + \frac{1}{2}$ οπότε η οχία Schmidt είναι:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_N \left[j g_L^{(p)} - \frac{1}{2} (g_L^{(p)} - g_S^{(p)}) \right] \quad (j = \frac{7}{2}) \\ &= \mu_N \left[\frac{7}{2} \cdot 1 - \frac{1}{2} (1 - 5,5845) \right] = \mu_N \left(\frac{7}{2} + \frac{4,5845}{2} \right) = \frac{11,5845}{2} \mu_N \rightarrow \\ &\rightarrow \boxed{\mu = 5,79225 \mu_N} \end{aligned}$$

Ενώ επειδή το αβύθωκο νουκλόνιο του πυρήνα ${}_{13}^{29}\text{Al}$ είναι αρπώσιο ισχύει ότι $g_L = 1$ και $g_S = 5,5845$, ενώ επειδή $l = 2$ και $j = \frac{5}{2}$ θα ισχύει ότι $j = l + \frac{1}{2}$ οπότε η οχία Schmidt είναι:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_N \left[j g_L^{(p)} - \frac{1}{2} (g_L^{(p)} - g_S^{(p)}) \right] = \mu_N \left[\frac{5}{2} \cdot 1 - \frac{1}{2} (1 - 5,5845) \right] = \\ &= \mu_N \left(\frac{5}{2} + \frac{4,5845}{2} \right) = \frac{9,5845}{2} \mu_N \rightarrow \boxed{\mu = 4,79225 \mu_N} \end{aligned}$$