www.pmoiras.weebly.com panmoiras@gmail.com 6932 946778

Θέμα

Παρατηρούμε τη διάσπαση

$$^{61}Fe \to {}^{61}Co \to {}^{61}Ni$$

ξεκινώντας από ένα αρχικό δείγμα 1mCi καθαρού ^{61}Fe. Οι χρόνοι ημιζωής είναι ^{61}Fe, 5.98 min, ^{61}Co, 1.649 h, ενώ το ^{61}Ni είναι σταθερό.

α) Ποιος είναι ο αριθμός των πυρήνων του Ni μετά από μία ώρα;

β) Ποια η ενεργότητα του δείγματος τη χρονική στιγμή $t = 30$ min;

Αλυσίδα ραδιενεργών διασπάσεων: $^{61}_{26}Fe \to {}^{61}_{27}Co \to {}^{61}_{28}Ni$

$A \to B \to C$ (σταθερό).

όπου $R_{A0} = 1mCi$ και $\tau_A = 5{,}98\,min$, $\tau_B = 1{,}649\,h = 98{,}94\,min$

Οι σταθερές διάσπασης των ραδιενεργών πυρήνων $^{61}_{26}Fe$ και $^{61}_{27}Co$ είναι:

$$\tau_A = \frac{\ln 2}{\lambda_A} \to \lambda_A = \frac{\ln 2}{\tau_A} = \frac{0{,}693}{5{,}98\,min} \to \lambda_A = 0{,}116\,min^{-1}$$

και $$\tau_B = \frac{\ln 2}{\lambda_B} \to \lambda_B = \frac{\ln 2}{\tau_B} = \frac{0{,}693}{98{,}94\,min} \to \lambda_B = 0{,}007\,min^{-1}$$

Ο αριθμός των πυρήνων του κάθε δείγματος συναρτήσει του χρόνου είναι:

$$N_{Fe}(t) = N_{Fe}(0)\, e^{-\lambda_A t} \quad (1)$$

$$N_{Co}(t) = N_{Fe}(0)\, \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right) \quad (2)$$

$$N_{Ni}(t) = N_{Fe}(0) - N_{Fe}(t) - N_{Co}(t) \quad (3)$$

Άρα ο αριθμός των πυρήνων Ni που δημιουργούνται μετά από $t = 1h$ σύμφωνα με την (3) και λόγω των (1), (2) είναι:

$$N_{Ni}(t) = N_{Fe}(0) - N_{Fe}(0)\, e^{-\lambda_A t} - N_{Fe}(0)\, \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right) \to$$

$$\rightarrow N_{Ni}(t) = N_{Fe}(0)\left[1 - e^{-\lambda_A t} - \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A}\left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right)\right] \quad (4)$$

όπου ο αρχικός αριθμός πυρήνων Fe σύμφωνα με την αρχική ενεργότητά του είναι:

$$R_{A0} = \lambda_A N_{Fe}(0) \rightarrow N_{Fe}(0) = \frac{R_{A0}}{\lambda_A} = \frac{1mCi}{0{,}116\,min^{-1}} = \frac{10^{-3}\cdot 3{,}7\cdot 10^{10}\,\text{διασπάσεις/min}}{0{,}116\,\text{sec}}$$

$$= 31{,}9\cdot 10^{-3}\cdot 10^{7}\,\frac{\text{πυρήνες}}{\cancel{\text{sec}}}\cdot 60\,\cancel{\text{sec}} \rightarrow N_{Fe}(0) = 1{,}91\cdot 10^{10}\,\text{πυρήνες Fe} \quad (5)$$

Άρα για $t = 60min$ η (4) δίνει:

$$N_{Ni}(t=60min) = 1{,}91\cdot 10^{10}\,\text{πυρήνες}\left[1 - e^{-0{,}116min^{-1}\cdot 60min} - \frac{0{,}116min^{-1}}{(0{,}007-0{,}116)min^{-1}}\left(e^{-0{,}116min^{-1}\cdot 60min} - e^{-0{,}007min^{-1}\cdot 60min}\right)\right]$$

$$= 1{,}91\cdot 10^{10}\,\text{πυρήνες}\left[1 - e^{-6{,}96} + 1{,}064\left(e^{-6{,}96} - e^{-0{,}42}\right)\right] =$$

$$= 1{,}91\cdot 10^{10}\,\text{πυρήνες}\left[1 - 0{,}00095 + 1{,}064\left(0{,}00095 - 0{,}657\right)\right] =$$

$$= 1{,}91\cdot 10^{10}\,\text{πυρήνες}\left(1 - 0{,}00095 - 0{,}698\right) =$$

$$= 1{,}91\cdot 10^{10}\,\text{πυρήνες}\cdot 0{,}3 \rightarrow \boxed{N_{Ni}(t=1h) = 5{,}73\cdot 10^{9}\,\text{πυρήνες Ni}}$$

β) Τη χρονική στιγμή t = 30min η ενεργότητα του δείγματος οφείλεται στις διασπάσεις των ραδιενεργών πυρήνων του Fe και του Co οπότε:

$$R(t=30min) = R_{Fe}(t=30min) + R_{Co}(t=30min) \quad (6)$$

όπου $R_{Fe}(t=30min) = \lambda_A N_{Fe}(t=30min) \overset{(1)}{=} \lambda_A N_{Fe}(0)\, e^{-\lambda_A t} \overset{(5)}{=}$

$= 0{,}116 min^{-1} \cdot 1{,}91 \cdot 10^{10}$ διασπάσεις $e^{-0{,}116 min^{-1} \cdot 30 min} =$

$= 0{,}22 \cdot 10^{10}\, \underbrace{e^{-3{,}48}}_{0{,}0308} \dfrac{\text{διασπάσεις}}{min} = 6{,}78 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{10}$ διασπάσεις/min $\rightarrow$

$\rightarrow R_{Fe}(t=30min) = 6{,}78 \cdot 10^{7} \dfrac{\text{διασπάσεις}}{60\ sec} \rightarrow R_{Fe}(t=30min) = 1{,}13 \cdot 10^{6} Bq$ (7)

και $R_{Co}(t=30min) = \lambda_B N_{Co}(t=30min) \overset{(2)}{=}$

$= N_{Fe}(0) \dfrac{\lambda_A \lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} \left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t} \right) \overset{(5)}{=}$

$= 1{,}91 \cdot 10^{10}$ διασπάσεις $\dfrac{0{,}116 min^{-1} \cdot 0{,}007 min^{-1}}{(0{,}007 - 0{,}116) min^{-1}} \left(e^{-0{,}116 min^{-1} \cdot 30 min} - e^{-0{,}007 min^{-1} \cdot 30 min} \right) =$

$= 1{,}91 \cdot 10^{10} \dfrac{\text{διασπάσεις}}{min} \dfrac{8{,}12 \cdot 10^{-4}}{-0{,}109} \left(\underbrace{e^{-3{,}48}}_{0{,}0308} - \underbrace{e^{-0{,}21}}_{0{,}81} \right) =$

$= -142{,}29 \cdot 10^{6} (-0{,}7792) \dfrac{\text{διασπάσεις}}{min} = 110{,}87 \cdot 10^{6} \dfrac{\text{διασπάσεις}}{60\ sec} \rightarrow$

www.pmoiras.weebly.com panmoiras@gmail.com 6932 946778

$\rightarrow R_{Co}(t=30min) = 1{,}85 \cdot 10^6\ Bq$ (8)

Άρα η (6) λόγω των (7), (8) δίνει την ενεργότητα του δείγματος τη χρονική στιγμή $t=30min$ ως:

$$R(t=30min) = 1{,}13 \cdot 10^6\ Bq + 1{,}85 \cdot 10^6\ Bq \rightarrow$$

$$\rightarrow \boxed{R(t=30min) = 2{,}98 \cdot 10^6\ Bq}$$