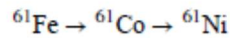


Μεθοδικά, απλά & κατανοητά...

Θέμα

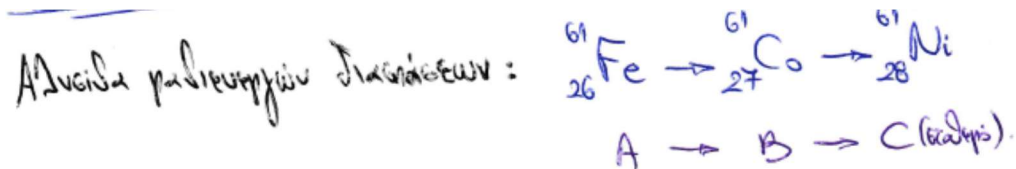
Παρατηρούμε τη διάσπαση



Ξεκινώντας από ένα αρχικό δείγμα 1mCi καθαρού ${}^{61}\text{Fe}$. Οι χρόνοι ημιζωής είναι ${}^{61}\text{Fe}$, 5.98 min, ${}^{61}\text{Co}$, 1.649 h, ενώ το ${}^{61}\text{Ni}$ είναι σταθερό.

α) Ποιος είναι ο αριθμός των πυρήνων του Ni μετά από μία ώρα;

β) Ποια η ενεργότητα του δείγματος τη χρονική στιγμή $t = 30 \text{ min}$;



όπου $R_{A0} = 1\text{mCi}$ και $\tau_A = 5,98 \text{ min}$, $\tau_B = 1,649 \text{ h} = 98,94 \text{ min}$
 Οι σταθερές διάσπασης των ραδιενεργών πυρήνων ${}_{26}^{61}\text{Fe}$ και ${}_{27}^{61}\text{Co}$ είναι:

$$\tau_A = \frac{\ln 2}{\lambda_A} \rightarrow \lambda_A = \frac{\ln 2}{\tau_A} = \frac{0,693}{5,98 \text{ min}} \rightarrow \lambda_A = 0,116 \text{ min}^{-1}$$

$$\text{και } \tau_B = \frac{\ln 2}{\lambda_B} \rightarrow \lambda_B = \frac{\ln 2}{\tau_B} = \frac{0,693}{98,94 \text{ min}} \rightarrow \lambda_B = 0,007 \text{ min}^{-1}$$

Ο αριθμός των πυρήνων του κάθε δείγματος αναφέρεται του χρόνου είναι:

$$N_{\text{Fe}}(t) = N_{\text{Fe}}(0) e^{-\lambda_A t} \quad (1)$$

$$N_{\text{Co}}(t) = N_{\text{Fe}}(0) \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) \quad (2)$$

$$N_{\text{Ni}}(t) = N_{\text{Fe}}(0) - N_{\text{Fe}}(t) - N_{\text{Co}}(t) \quad (3)$$

Άρα ο αριθμός των πυρήνων Ni που δημιουργούνται μετά από $t=1\text{h}$ σύμφωνα με την (1) και λόγω των (1), (2) είναι:

$$N_{\text{Ni}}(t) = N_{\text{Fe}}(0) - N_{\text{Fe}}(0) e^{-\lambda_A t} - N_{\text{Fe}}(0) \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) \rightarrow$$

Μεθοδικά, απλά & κατανοητά...

$$\rightarrow N_{Ni}(t) = N_{Fe(0)} \left[1 - e^{-\lambda_A t} - \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) \right] \quad (*)^{-14-}$$

όπου ο αρχικός αριθμός πυρήνων Fe σύμφωνα με την αρχική ενεργότητα του είναι:

$$\lambda_{A0} = \lambda_A N_{Fe(0)} \rightarrow N_{Fe(0)} = \frac{R_{A0}}{\lambda_A} = \frac{1mCi}{0,116 \text{ min}^{-1}} = \frac{10^{-3} \cdot 3,7 \cdot 10^{10} \text{ πυρήνες} \cdot \text{min}}{0,116 \text{ sec}}$$

$$= 31,9 \cdot 10^3 \cdot 10^7 \frac{\text{πυρήνες}}{\text{sec}} \cdot 60 \text{ sec} \rightarrow N_{Fe(0)} = 1,91 \cdot 10^{10} \text{ πυρήνες Fe (s)}$$

Άρα για $t=60 \text{ min}$ η (*) δίνει:

$$N_{Ni}(t=60 \text{ min}) = 1,91 \cdot 10^{10} \text{ πυρήνες} \left[1 - e^{-0,116 \text{ min}^{-1} \cdot 60 \text{ min}} - \frac{0,116 \text{ min}^{-1}}{(0,007 - 0,116) \text{ min}^{-1}} \left(e^{-0,116 \text{ min}^{-1} \cdot 60 \text{ min}} - e^{-0,007 \text{ min}^{-1} \cdot 60 \text{ min}} \right) \right]$$

$$= 1,91 \cdot 10^{10} \text{ πυρήνες} \left[1 - e^{-6,96} + 1,064 (e^{-6,96} - e^{-0,42}) \right] =$$

$$= 1,91 \cdot 10^{10} \text{ πυρήνες} \left[1 - 0,00095 + 1,064 (0,00095 - 0,657) \right] =$$

$$= 1,91 \cdot 10^{10} \text{ πυρήνες} (1 - 0,00095 - 0,698) =$$

$$= 1,91 \cdot 10^{10} \text{ πυρήνες} \cdot 0,3 \rightarrow \boxed{N_{Ni}(t=2h) = 5,73 \cdot 10^9 \text{ πυρήνες Ni}}$$

Μεθοδικά, απλά & κατανοητά...

β) Τη χρονική στιγμή $t = 30 \text{ min}$ η ενεργότητα του δείγματος οφείλεται στις διασπάσεις του ραδιοεργασίου πυρήνιου του ^{20}Fe και του ^{60}Co οπότε:

$$R(t=30\text{min}) = R_{\text{Fe}}(t=30\text{min}) + R_{\text{Co}}(t=30\text{min}) \quad (6)$$

$$\text{όπου } R_{\text{Fe}}(t=30\text{min}) = \lambda_A N_{\text{Fe}}(t=30\text{min}) \stackrel{11)}{=} \lambda_A N_{\text{Fe}(0)} e^{-\lambda_A t} \stackrel{12)}{=}$$

$$= 0,116 \text{ min}^{-1} \cdot 1,91 \cdot 10^{10} \text{ Διασπάσεις} \cdot e^{-0,116 \text{ min}^{-1} \cdot 30 \text{ min}} =$$

$$= 0,22 \cdot 10^{10} e^{-3,48} \frac{\text{Διασπάσεις}}{\text{min}} = 6,78 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{10} \text{ Διασπάσεις/min} \rightarrow$$

$$\rightarrow R_{\text{Fe}}(t=30\text{min}) = 6,78 \cdot 10^7 \frac{\text{Διασπάσεις}}{60 \text{ sec}} \rightarrow R_{\text{Fe}}(t=30\text{min}) = 1,13 \cdot 10^6 \text{ Bq (FH)}$$

$$\text{και } R_{\text{Co}}(t=30\text{min}) = \lambda_B N_{\text{Co}}(t=30\text{min}) \quad (12)$$

$$= N_{\text{Fe}(0)} \frac{\lambda_A \lambda_B}{\lambda_B - \lambda_A} (e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}) \quad (13)$$

$$= 1,91 \cdot 10^{10} \text{ Διασπάσεις} \cdot \frac{0,116 \text{ min}^{-1} \cdot 0,007 \text{ min}^{-1}}{(0,007 - 0,116) \text{ min}^{-1}} \left(e^{-0,116 \text{ min}^{-1} \cdot 30 \text{ min}} - e^{-0,007 \text{ min}^{-1} \cdot 30 \text{ min}} \right) =$$

$$= 1,91 \cdot 10^{10} \frac{\text{Διασπάσεις}}{\text{min}} \cdot \frac{8,12 \cdot 10^{-4}}{-0,109} \left(e^{-3,48} - e^{-0,21} \right) =$$

$$= -142,29 \cdot 10^6 (-0,7792) \frac{\text{Διασπάσεις}}{\text{min}} = 110,87 \cdot 10^6 \frac{\text{Διασπάσεις}}{60 \text{ sec}} \rightarrow$$

Μεθοδικά, απλά & κατανοητά...

$$\rightarrow R_{\alpha}(t=30\text{min}) = 1,85 \cdot 10^6 \text{ Bq} \quad (8)$$

Άρα η (6) λόγω των (7), (8) δίνει την ενεργότητα του δείγματος
 τη χρονική στιγμή $t=30\text{min}$ ως:

$$R(t=30\text{min}) = 1,13 \cdot 10^6 \text{ Bq} + 1,85 \cdot 10^6 \text{ Bq} \rightarrow$$

$$\rightarrow R(t=30\text{min}) = 2,98 \cdot 10^6 \text{ Bq}$$