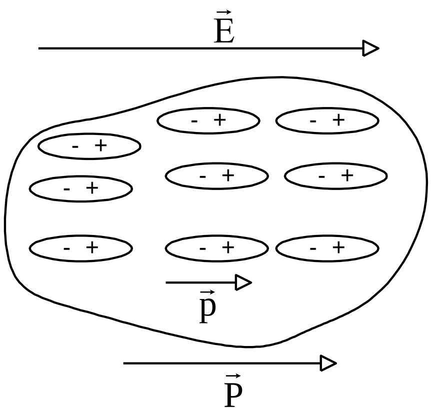
ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΣΤΗΝ ΥΛΗ
ΘΕΩΡΙΑ

Συγγραφή – Επιμέλεια: Παναγιώτης Φ. Μοίρας

ΣΟΛΩΜΟΥ 29 - ΑΘΗΝΑ ☎ 6932 946778
www.pmoiras.weebly.com

1. Διηλεκτρικά

Διηλεκτρικό (ή μονωτής) ονομάζεται κάθε υλικό (στερεό, υγρό, αέριο) που δεν περιέχει ελεύθερα ηλεκτρικά φορτία, δηλαδή είναι υλικό που δεν άγει το ηλεκτρικό ρεύμα. Στα διηλεκτρικά όλα τα ηλεκτρόνια είναι ισχυρά συνδεδεμένα στον ατομικό πυρήνα (ή στα μόρια), δηλαδή τα διηλεκτρικά αποτελούνται από ισχυρά συνδεδεμένα ζεύγη θετικών – αρνητικών φορτίων.
Άρα κάθε διηλεκτρικό είναι ηλεκτρικά ουδέτερο, αφού αποτελείται από ουδέτερα άτομα.



Σχήμα 4.1

Η παρουσία ενός διηλεκτρικού εντός ηλεκτρικού πεδίου $\vec{E}$ έχει ως αποτέλεσμα να εξασκούνται δυνάμεις αντίθετης φοράς επί των ηλεκτρονίων (ηλεκτρονικού νέφους) (-) και του πυρήνα των ατόμων αυτού (+) αντίστοιχα. Υπό την επίδραση των δυνάμεων αυτών ηλεκτρονικό νέφος και πυρήνας μετακινούνται με αντίθετες φορές απομακρυνόμενα το ένα από το άλλο. Ταυτόχρονα η απομάκρυνση αυτή προκαλεί τη δημιουργία ελκτικής δύναμης μεταξύ ηλεκτρονικού νέφους – πυρήνα, η οποία αντιτίθεται στον περαιτέρω διαχωρισμό αυτών.

Το τελικό αποτέλεσμα είναι η δημιουργία συνθήκης ισορροπίας των δυνάμεων , στην οποία υπάρχει σχετική μετατόπιση ηλεκτρονικού νέφους – πυρήνα. Συνέπεια της μετατοπίσεως αυτής είναι κάθε άτομο του διηλεκτρικού να συμπεριφέρεται ως ηλεκτρικό δίπολο κι επομένως αποκτά ηλεκτρική διπολική ροπή $\vec{p}$ ομοπαράλληλη προς το πεδίο. Δηλαδή κάθε άτομο του διηλεκτρικού πολώνεται.
Συνεπώς όλο το διηλεκτρικό πολώνεται και το φαινόμενο αυτό περιγράφεται από την **πόλωση του διηλεκτρικού** $\vec{P}$, που ορίζεται ως η πυκνότητα της ηλεκτρικής διπολικής ροπής $\vec{p}$, δηλαδή αν σε στοιχειώδη όγκο dV του διηλεκτρικού περιέχονται ηλεκτρικά δίπολα με συνολική διπολική ροπή $d\vec{p}$ τότε :

$$\boxed{\vec{P} = \frac{d\vec{p}}{dV}} \qquad \textbf{(4 – 1)}$$

Σε πολλά υλικά η πόλωση είναι ανάλογη του πεδίου :

$$\boxed{\vec{P} = \varepsilon_o \chi \vec{E}} \qquad \textbf{(4 - 2)}$$

όπου η σταθερά αναλογίας χ ονομάζεται **ηλεκτρική επιδεκτικότητα** του μέσου, εξαρτάται από τη δομή του υλικού και είναι μη αρνητικός αριθμός.
Τα διηλεκτρικά που υπακούουν στη σχέση **(4 – 2)** ονομάζονται **ισότροπα ή γραμμικά** διηλεκτρικά.

2. Δέσμια Φορτία – Νόμος Gauss στα Διηλεκτρικά

Η πόλωση ενός διηλεκτρικού έχει ως αποτέλεσμα τη συσσώρευση φορτίων, τα οποία δεν έχουν την ευχέρεια κίνησης και γι΄ αυτό ονομάζονται **δέσμια φορτία** (ή φορτία πόλωσης), τόσο στο εσωτερικό του διηλεκτρικού όσο και στην επιφάνειά του.
Η **χωρική πυκνότητα των δέσμιων φορτίων ρ_p** στον όγκο του διηλεκτρικού δίνεται από τη σχέση :

$$\boxed{\rho_p = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P}} \qquad \textbf{(4 – 3)}$$

ενώ η **επιφανειακή πυκνότητα των δέσμιων φορτίων σ_p** στην επιφάνεια του διηλεκτρικού δίνεται από τη σχέση :

$$\boxed{\sigma_p = \vec{P}\cdot\hat{n}} \qquad \textbf{(4 – 4)}$$

όπου $\hat{n}$ το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα από την επιφάνεια του διηλεκτρικού προς τον κενό χώρο.

Εννοείται ότι το ολικό δέσμιο φορτίο q_p είναι μηδέν, αφού τα δέσμια φορτία βρίσκονται σε ζεύγη θετικών – αρνητικών φορτίων. Δηλαδή :

$$q_p = \int_V \rho_p dV + \int_S \sigma_p dS = 0$$

Αν το διηλεκτρικό φορτιστεί επιπλέον με **ελευθέρα φορτία** χωρικής πυκνότητας ρ_f και επιφανειακής πυκνότητας σ_f τότε λόγω της αρχής διατήρησης του φορτίου η χωρική πυκνότητα του ολικού φορτίου είναι :

$$\boxed{\rho = \rho_f + \rho_p} \qquad \textbf{(4 – 5)}$$

ενώ η επιφανειακή πυκνότητα του ολικού φορτίου είναι :

$$\boxed{\sigma = \sigma_f + \sigma_p} \qquad \textbf{(4 – 6)}$$

Επομένως ο νόμος του Gauss στην περίπτωση διηλεκτρικού μέσου δίνει :

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o} = \frac{\rho_f + \rho_p}{\varepsilon_o} \overset{(4-3)}{\Rightarrow} \vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \frac{\rho_f}{\varepsilon_o} - \frac{\vec{\nabla}\cdot\vec{P}}{\varepsilon_o} \Rightarrow \varepsilon_o\vec{\nabla}\cdot\vec{E} + \vec{\nabla}\cdot\vec{P} = \rho_f \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \vec{\nabla}\cdot(\varepsilon_o\vec{E} + \vec{P}) = \rho_f \qquad \textbf{(4 – 7)}$$

Τη διανυσματική συνάρτηση $\boxed{\vec{D} = \varepsilon_o\vec{E} + \vec{P}}$ **(4 – 8)**

καλούμε **διηλεκτρική μετατόπιση**. Η χαρακτηριστική ιδιότητα της διηλεκτρικής μετατόπισης είναι ότι η απόκλιση αυτής, όπως προκύπτει από τις σχέσεις **(4 – 7)** και **(4 – 8)**, ισούται με την πυκνότητα των ελεύθερων φορτίων. Δηλαδή :

$$\boxed{\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_f} \qquad \textbf{(4 – 9)}$$

Η σχέση **(4 – 9)** αποτελεί το **νόμο του Gauss στα διηλεκτρικά** και με εφαρμογή του θεωρήματος Gauss μπορεί να πάρει την ολοκληρωτική μορφή:

$$\boxed{\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_f} \qquad \textbf{(4 – 10)}$$

όπου q_f είναι το ολικό ελεύθερο φορτίο που περικλείει η επιφάνεια Gauss S.
Από τις σχέσεις **(4 – 2)** και **(4 – 8)** προκύπτει :

$$\vec{D} = \varepsilon_o\vec{E} + \varepsilon_o\chi\vec{E} = \varepsilon_o(1+\chi)\vec{E} \Rightarrow \boxed{\vec{D} = \varepsilon_o\varepsilon_r\vec{E} = \varepsilon\vec{E}} \qquad \textbf{(4 –11)}$$

όπου ε_r η **σχετική διηλεκτρική σταθερά**. Επειδή είναι $\varepsilon_r = \chi + 1$ και $\chi \geq 0$ προκύπτει ότι $\varepsilon_r \geq 1$. Η **απόλυτη διηλεκτρική σταθερά ή ηλεκτρική διαπερατότητα** ενός υλικού είναι :

$$\boxed{\varepsilon = \varepsilon_o \varepsilon_r} \qquad \textbf{(4 – 12)}$$

Μεθοδολογία

Στα προβλήματα διηλεκτρικών συνήθως δίνονται τα ελεύθερα φορτία. Συνεπώς με εφαρμογή της σχέσης **(4 –10)** υπολογίζεται το διάνυσμα $\vec{D}$, ενώ από τη σχέση **(4 – 11)** υπολογίζεται η ένταση $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου και τέλος από τη σχέση **(4 – 8)** υπολογίζεται η πόλωση $\vec{P}$.

Παρατηρήσεις :

1) Η επιφανειακή πυκνότητα των ελεύθερων φορτίων σ_f στην επιφάνεια του διηλεκτρικού δίνεται από τη σχέση :

$$\boxed{\sigma_f = -\vec{D} \cdot \hat{n}} \qquad \textbf{(4 – 13)}$$

όπου $\hat{n}$ το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα από την επιφάνεια προς τον κενό χώρο.

2) Από τη σχέση **(4 – 11)** προκύπτει :

$$\vec{D} = \varepsilon_o \varepsilon_r \vec{E} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_o \varepsilon_r} \Rightarrow \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{D}}{\varepsilon_o \varepsilon_r} \overset{(4-9)}{\Rightarrow} \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_f}{\varepsilon_o \varepsilon_r}$$

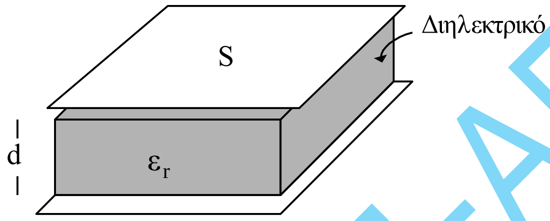
άρα εντός διηλεκτρικού η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι κατά ε_r φορές ασθενέστερη της έντασης του πεδίου στον κενό χώρο.

3) Στην διαχωριστική επιφάνεια ενός διηλεκτρικού με τον κενό χώρο ή δυο διηλεκτρικών αποδεικνύεται ότι οι εφαπτομενικές συνιστώσες της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου E_1 και E_2 στις δυο περιοχές αντίστοιχα είναι ίσες.

Εφαρμογή

Ένας επίπεδος πυκνωτής με οπλισμούς εμβαδού S, που βρίσκονται σε απόσταση d μεταξύ τους είναι γεμάτος με μονωτικό υλικό σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς ε_r. Να υπολογιστεί η χωρητικότητα του πυκνωτή αυτού.

Λύση



Σχήμα 4.2

Εφαρμόζοντας το νόμο του Gauss στα διηλεκτρικά **(4 – 10)** σε κλειστή επιφάνεια Gauss εμβαδού βάσης S στο χώρο μεταξύ των οπλισμών προκύπτει :

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_f \Rightarrow DS = Q \Rightarrow D = \frac{Q}{S} \qquad \textbf{(1)}$$

όπου Q είναι τα ελεύθερα φορτία του οπλισμού του πυκνωτή και το $\vec{D}$ διέρχεται μόνο από τη βάση της επιφάνειας Gauss μεταξύ των οπλισμών.

Άρα η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο χώρο μεταξύ των οπλισμών, σύμφωνα με την **(4– 11)** είναι :

$$D = \varepsilon_o \varepsilon_r E \Rightarrow E = \frac{D}{\varepsilon_o \varepsilon_r} \overset{(1)}{=} \frac{Q}{\varepsilon_o \varepsilon_r S} \qquad \textbf{(2)}$$

Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών είναι :

$$dV = -Edx \overset{(2)}{\Rightarrow} \int_{V_1}^{V_2} dV = -\frac{Q}{\varepsilon_o \varepsilon_r S}\int_d^0 dx \Rightarrow \Delta V = V_2 - V_1 = \frac{Qd}{\varepsilon_o \varepsilon_r S} \qquad \textbf{(3)}$$

Άρα η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι :

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \overset{(3)}{\Rightarrow} C = \varepsilon_r \varepsilon_o \frac{S}{d} \qquad \text{ή} \qquad \boxed{C = \varepsilon_r C_o} \qquad \textbf{(4 – 14)}$$

όπου C_o η χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή στο κενό.