

**ΕΝΤΡΟΠΙΑ**  
**ΛΥΜΕΝΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

**ΑΣΚΗΣΗ 1**

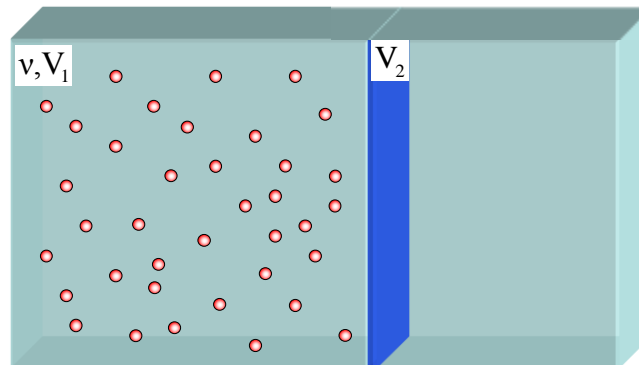
Το δοχείο του σχήματος είναι απομονωμένο (αδιαβατικά τοιχώματα). Το διάφραγμα χωρίζει το δοχείο σε δύο μέρη. Το αριστερό μέρος έχει όγκο  $V_1$  και περιέχει ιδανικό αέριο  $\nu$  moles. Το δεξιό μέρος όγκου  $V_2$  είναι κενό. Να εξηγήσετε γιατί η θερμοκρασία παραμένει σταθερή και να υπολογιστεί η μεταβολή της εντροπία του αν:

α) αφαιρέσουμε το διάφραγμα

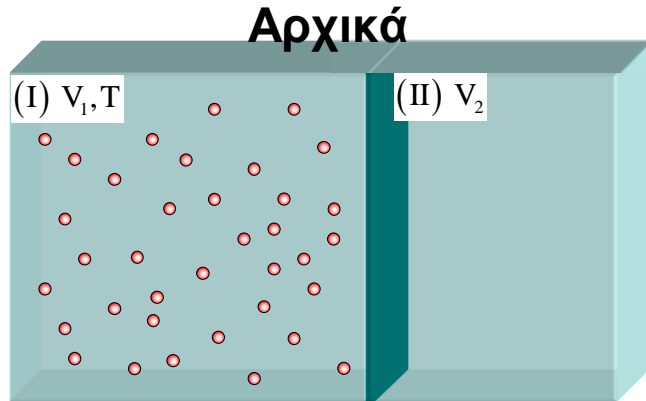
β) ανοίξουμε μία μικρή οπή στο διάφραγμα

γ) αν το διάφραγμα δεν έχει μάζα (αμελητέα μάζα) και το αφήσουμε να κινηθεί ελεύθερο (με την προϋπόθεση ότι αυτό γίνεται αργά).

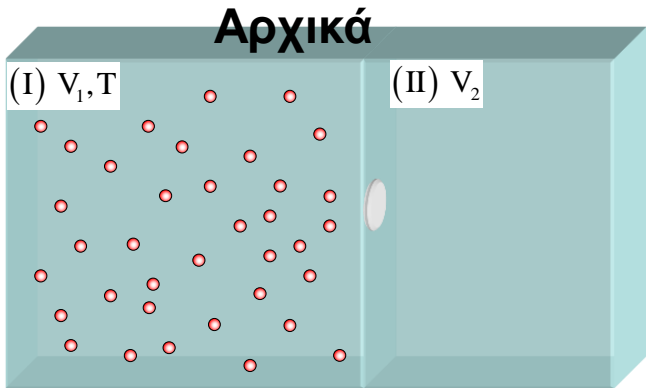
δ) Να εξηγήσετε γιατί η θερμοκρασία θα αλλάξει και να υπολογιστεί η μεταβολή της εντροπία του αν το διάφραγμα έχει μάζα.



Και στις περιπτώσεις α,β,γ η θερμοκρασία του αερίου διατηρείται



α) Η μεταβολή του ιδανικού αερίου είναι αδιαβατική εκτόνωση. ( $Q = 0$ ). Η εσωτερική ενέργεια του συστήματος δεν αλλάζει γιατί δεν υπάρχει παραγωγή έργου και συνεπώς η θερμοκρασία θα παραμείνει σταθερή, άρα η τελική θερμοκρασία είναι  $T$ .



β) Όταν ανοιχθεί η οπή το αέριο διαχέεται προς το μέρος που είναι κενό μέχρι οι συγκεντρώσεις να εξισωθούν. Όμοια, κατά την διάρκεια της διαδικασίας, η εσωτερική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή και συνεπώς και η θερμοκρασία.

γ) και στην 3<sup>η</sup> περίπτωση πάλι η θερμοκρασία διατηρείται διότι το διάφραγμα είναι αβαρές και το αέριο διαστέλλεται ελευθέρα.

Άρα και στις 3 περιπτώσεις ο υπολογισμός της εντροπίας είναι ισοδύναμος.

## Παρατήρηση

Στη σχέση της εντροπίας θα αντικαθιστούμε πάντα το έργο  $\delta W = PdV$  ακόμα κι αν είναι μηδενικό.

Χρησιμοποιώντας τον 1<sup>ο</sup> θερμοδυναμικό νόμο από τον ορισμό της εντροπίας έχουμε διαδοχικά:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU^0 + \delta W}{T} = P \frac{dV}{T} \stackrel{PV=vRT}{=} vR \frac{dV}{V}$$

Ολοκληρώνοντας την προηγούμενη έκφραση από όγκο  $V_1$  έως  $V_1 + V_2$  θα έχουμε:

$$\Delta S = vR \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1}$$

δ) όταν το διάφραγμα έχει μάζα τότε η θερμοκρασία αλλάζει του αερίου γιατί η μέση κινητική ενέργεια των μορίων ελαττώνεται. Αν η τελική θερμοκρασία είναι  $T'$ , τότε, χρησιμοποιώντας τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο από τον ορισμό της εντροπίας έχουμε διαδοχικά:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU + \delta W}{T} = \nu C_v \frac{dT}{T} + P \frac{dV}{T} \stackrel{PV=\nu RT}{=} \nu C_v \frac{dT}{T} + \nu R \frac{dV}{V}$$

Ολοκληρώνοντας την προηγούμενη έκφραση θα έχουμε:

$$\Delta S = \nu C_v \ln \frac{T'}{T} + \nu R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1}$$

**ΑΣΚΗΣΗ 2**

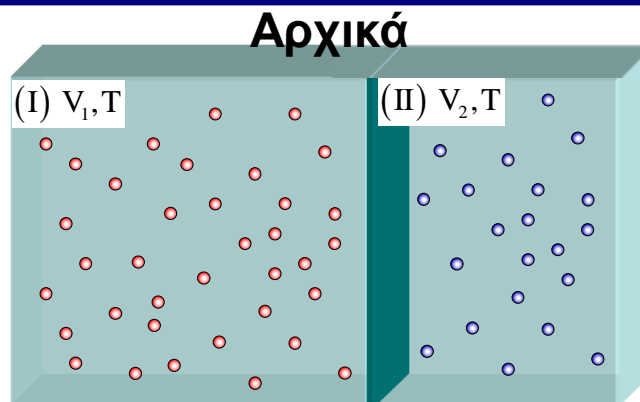
Δοχείο όγκου  $V$  με αδιαβατικά τοιχώματα χωρίζεται από διάφραγμα σε 2 μέρη. Το αριστερό μέρος περιέχει ιδανικό αέριο  $\nu_1$  moles σε πίεση  $P_1$  και όγκο  $V_1$ , ενώ το δεξί  $\nu_2$  moles σε όγκο  $V_2$  και πίεση  $P_2$ . Στα 2 μέρη του δοχείου επικρατεί η ίδια θερμοκρασία  $T$ .

Να δείξετε ότι η μεταβολή της εντροπίας του συστήματος αν αφαιρέσουμε το διάφραγμα είναι:

$$\Delta S = -R \left( \nu_1 \ln \frac{V_1}{V_1 + V_2} + \nu_2 R \ln \frac{V_2}{V_1 + V_2} \right)$$

Και στη συνέχεια

$$\Delta S = -R \left( \nu_1 \ln \frac{\nu_1}{\nu_1 + \nu_2} + \nu_2 R \ln \frac{\nu_2}{\nu_1 + \nu_2} \right)$$



Αν αφαιρέσουμε το διάφραγμα τα δύο αέρια αναμιγνύονται. Έτσι συνολικά μέσα στο δοχείο όγκου  $V = V_1 + V_2$  θα υπάρχουν  $n = n_1 + n_2$  moles σε θερμοκρασία  $T$ .

Η ανάμειξη είναι **μη αντιστρεπτή μεταβολή** επειδή όμως η εντροπία είναι καταστατικό μέγεθος και εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση του αερίου, μας επιτρέπει να υπολογίζουμε την μεταβολή της, θεωρώντας αντιστρεπτές διαδικασίες που ξεκινούν από την αρχική κατάσταση και έχουν ως αποτέλεσμα την ίδια τελική κατάσταση.

## Μεταβολή 1<sup>η</sup>

Το αέριο που βρίσκεται στον διαμέρισμα όγκου  $V_1$  εκτελεί ισόθερμη μεταβολή από την κατάσταση  $(P_1, V_1, T)$  στην κατάσταση  $(P, V_1 + V_2, T)$ , όπου  $P$  είναι η τελική πίεση του μίγματος.

Χρησιμοποιώντας τον 1<sup>ο</sup> θερμοδυναμικό νόμο από τον ορισμό της εντροπίας έχουμε διαδοχικά για το 1<sup>ο</sup> αέριο:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU + \delta W}{T} = \nu C_v \frac{dT}{T} + P \frac{dV}{T} \stackrel{PV=\nu RT}{=} \nu C_v \frac{dT}{T} + \nu R \frac{dV}{V}$$

Ολοκληρώνοντας την προηγούμενη έκφραση από όγκο  $V_1$  έως  $V_1 + V_2$  θα έχουμε:

$$\Delta S_1 = \nu_1 R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1}$$

## Μεταβολή 2<sup>η</sup>

Το αέριο που βρίσκεται στον διαμέρισμα όγκου  $V_2$  εκτελεί ισόθερμη μεταβολή από την κατάσταση  $(P_2, V_2, T)$  στην κατάσταση  $(P, V_1 + V_2, T)$ , όπου  $P$  είναι η τελική πίεση του μίγματος.

Η μεταβολή της εντροπίας για την μεταβολή αυτή θα είναι:

$$\Delta S_2 = \nu_2 R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_2}$$

Η τελική κατάσταση θα είναι η επαλληλία της μεταβολή 1 και 2, η συνολική μεταβολή της εντροπίας για την διαδικασία αυτή θα είναι:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \nu_1 R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1} + \nu_2 R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_2}$$



$$\Delta S = -R \left( v_1 \ln \frac{V_1}{V_1 + V_2} + v_2 R \ln \frac{V_2}{V_1 + V_2} \right)$$

Στο τελικό μίγμα έχουμε:

$$P(V_1 + V_2) = (v_1 + v_2)RT \quad \text{για όλο το μίγμα}$$

$$PV_1 = v_1RT \quad \text{για τα } v_1 \text{ moles}$$

$$PV_2 = v_2RT \quad \text{για τα } v_2 \text{ moles}$$

Με διαιρέσεις κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{V_1}{V_1 + V_2} = \frac{v_1}{v_1 + v_2} \quad \frac{V_2}{V_1 + V_2} = \frac{v_2}{v_1 + v_2} \quad \text{Τα κλάσματα αυτά ονομάζονται και γραμμομοριακά κλάσματα.}$$

Και τελικά η μεταβολή της εντροπίας γράφεται:

$$\Delta S = -R \left( v_1 \ln \frac{v_1}{v_1 + v_2} + v_2 R \ln \frac{v_2}{v_1 + v_2} \right)$$

Η σχέση αυτή μπορεί να γενικευτεί και για παραπάνω από δύο αέρια, που χωρίζονται με διαφράγματα αλλά έχουν την ίδια θερμοκρασία T.

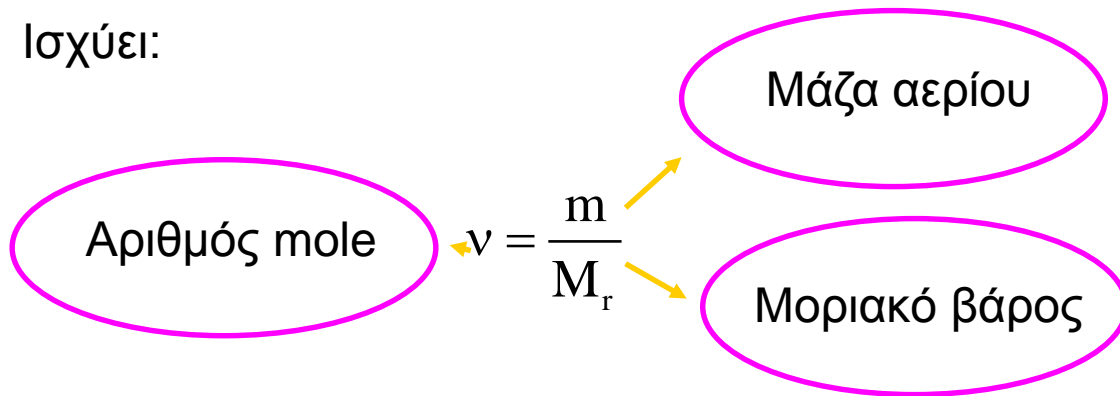
### ΑΣΚΗΣΗ 3

Μίγμα ιδανικών αερίων Υδρογόνου ( $H_2$ ) και αμμωνίας ( $NH_3$ ) έχει κατά μάζα σύσταση  $m_{H_2} / m_{NH_3} = 1/17$  σε θερμοκρασία  $27\text{ }^\circ\text{C}$ . Για  $n = 1$  mole μίγματος:

α) Να βρεθεί η αύξηση της εντροπίας κατά την ανάμιξη.

β) Η θερμότητα που απαιτείται για το διαχωρισμό του μίγματος (θεωρητικά).

Ισχύει:



Άρα, τα moles του Υδρογόνου θα είναι:  $v_1 = \frac{m_{H_2}}{2}$

Ενώ, τα moles της αμμωνίας θα είναι:  $v_2 = \frac{m_{NH_3}}{17}$

$$\frac{m_{H_2}}{m_{NH_3}} = \frac{1}{17}$$

$$v_1 = \frac{v_2}{2}$$

Και επειδή

$$v = v_1 + v_2 = 1$$

$$v_1 = \frac{1}{3} \text{ moles}$$

$$v_2 = \frac{2}{3} \text{ moles}$$

α) Η μεταβολή της εντροπίας εφόσον έχουν ανάμειξη μίγματος είναι:

$$\Delta S = -R \left( v_1 \ln \frac{v_1}{v_1 + v_2} + v_2 R \ln \frac{v_2}{v_1 + v_2} \right) \Rightarrow$$

$$\Delta S = -8.314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{moles}} \left( \frac{1}{3} \ln \frac{1}{3} + \frac{2}{3} R \ln \frac{2}{3} \right) \text{moles} \Rightarrow$$

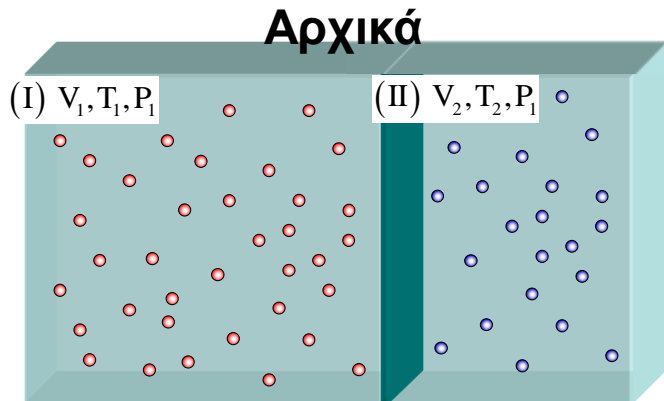
$$\Delta S = 5.293 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

β) Η θερμότητα που απαιτείται (θεωρητικά) για το διαχωρισμός ενός mole μίγματος είναι:

$$\frac{Q}{1 \text{mole}} = \frac{1}{\text{mole}} T \Delta S = \frac{1}{\text{mole}} (273 + 27) \text{K} \cdot 5.293 \frac{\text{J}}{\text{K}} = 1588 \frac{\text{J}}{\text{mole}}$$

**ΑΣΚΗΣΗ 4**

Πλήρως μονωμένο δοχείο χωρίζεται με διάφραγμα σε δύο όγκους, στους οποίους περιέχεται  $n_1$  και  $n_2$  moles ιδανικού αερίου σε θερμοκρασίες  $T_1$  και  $T_2$  και με την ίδια πίεση  $P_1$ . Αφαιρούμε το διάφραγμα. Μετά την αποκατάσταση της ισορροπίας να υπολογιστούν η θερμοκρασία  $T$  καθώς και η μεταβολή  $\Delta S$  της εντροπίας. Θεωρείται γνωστά τα  $C_V$ .



Έστω  $T_1 > T_2$

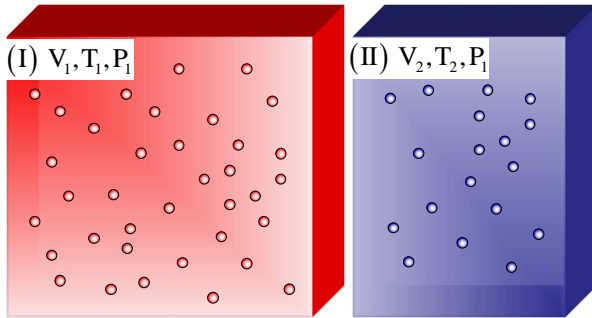
Αν αφαιρέσουμε το διάφραγμα τα δύο αέρια αναμιγνύονται. Έτσι συνολικά μέσα στο δοχείο όγκου  $V = V_1 + V_2$  θα υπάρχουν  $n = n_1 + n_2$  moles σε θερμοκρασία  $T$  και πίεση  $P$ .

Η ανάμειξη είναι **μη αντιστρεπτή μεταβολή** επειδή όμως ή εντροπία είναι καταστατικό μέγεθος και εξαρτάται μόνο από την αρχική και τελική κατάσταση του αερίου, μας επιτρέπει να υπολογίζουμε την μεταβολή της, θεωρώντας αντιστρεπτές διαδικασίες που ξεκινούν από την αρχική κατάσταση και έχουν ως αποτέλεσμα την ίδια τελική κατάσταση.

## Μεταβολή 1<sup>η</sup>

Θεωρούμε δύο διαφορετικά δοχεία όγκου  $V_1$  και  $V_2$  το πρώτο ψύχεται ισόχωρα μέχρι να αποκτήσει θερμοκρασία  $T$  ενώ το δεύτερο θερμαίνεται ισόχωρα μέχρι και αυτό να αποκτήσει θερμοκρασία  $T$ .

$$T_1 > T_2$$



Το πρώτο υλικό θα ελαττώσει την θερμοκρασία του κατά  $\Delta T_1 = T - T_1$ , άρα έχασε ποσό θερμότητας:

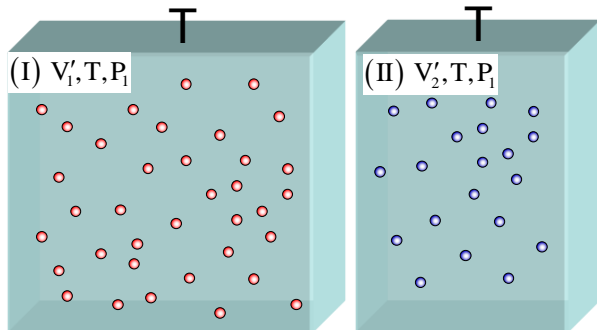
$$Q_1 = \nu_1 C_{V_1} \Delta T_1 \Rightarrow Q_1 = -\nu_1 C_{V_1} (T_1 - T)$$

Το δεύτερο υλικό θα αυξήσει την θερμοκρασία του κατά  $\Delta T_2 = T - T_2$ , άρα έχασε ποσό θερμότητας:

$$Q_2 = \nu_2 C_{V_2} \Delta T_2 \Rightarrow Q_2 = \nu_2 C_{V_2} (T - T_2)$$

ισόχωρη  
ψύξη

ισόχωρη  
θέρμανση



Η συνολική, όμως, θερμότητα θα είναι ίση κατά απόλυτες τιμές, εφόσον το σύστημα θεωρηθεί απομονωμένο, άρα θα πρέπει:

$$|Q_1| = Q_2 \Rightarrow \nu_1 C_{V_1} (T_1 - T) = \nu_2 C_{V_2} (T - T_2) \Rightarrow$$

$$\nu_1 C_{V_1} T_1 - \nu_1 C_{V_1} T = \nu_2 C_{V_2} T - \nu_2 C_{V_2} T_2 \Rightarrow T = \frac{\nu_1 C_{V_1} T_1 + \nu_2 C_{V_2} T_2}{\nu_1 C_{V_1} + \nu_2 C_{V_2}}$$

Από τον ορισμό της θερμοχωρητικότητας θα έχουμε:

$$\delta Q = C_v dT \Rightarrow T dS = C_v dT \Rightarrow dS = C_v \frac{dT}{T} \Rightarrow \Delta S = C_v \int_{T_A}^T \frac{dT}{T}$$

Η μεταβολή της για το 1<sup>ο</sup> αέριο θα είναι:  $\Delta S_1 = \nu_1 C_{v_1} \ln\left(\frac{T}{T_1}\right)$

Η μεταβολή της για το 2<sup>ο</sup> αέριο θα είναι:  $\Delta S_2 = \nu_2 C_{v_2} \ln\left(\frac{T}{T_2}\right)$

$$\Delta S_I = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \nu_1 C_{v_1} \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) + \nu_2 C_{v_2} \ln\left(\frac{T}{T_2}\right)$$

## Μεταβολή 2<sup>η</sup>

Το αέριο που βρίσκεται στον διαμέρισμα όγκου  $V_1$  εκτελεί ισόθερμη μεταβολή από την κατάσταση  $(P_1, V_1, T)$  στην κατάσταση  $(P, V_1 + V_2, T)$ , όπου  $P$  είναι η τελική πίεση του μίγματος.

Χρησιμοποιώντας τον 1<sup>ο</sup> θερμοδυναμικό νόμο από τον ορισμό της εντροπίας έχουμε διαδοχικά για το 1<sup>ο</sup> αέριο:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU + \delta W}{T} = P \frac{dV}{T} \stackrel{PV=vRT}{=} vR \frac{dV}{V}$$

Ολοκληρώνοντας την προηγούμενη έκφραση από όγκο  $V_1$  έως  $V_1 + V_2$  θα έχουμε:

$$\Delta S'_1 = v_1 R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_1}$$

## Μεταβολή 3<sup>η</sup>

Το αέριο που βρίσκεται στον διαμέρισμα όγκου  $V_2$  εκτελεί ισόθερμη μεταβολή από την κατάσταση  $(P_1, V_2, T)$  στην κατάσταση  $(P, V_1 + V_2, T)$ , άρα

$$\Delta S'_2 = v_2 R \ln \frac{V_1 + V_2}{V_2}$$

Η συνολική μεταβολή της εντροπίας για τη μεταβολή 2 και 3 θα είναι:

$$\Delta S_{\text{II}} = \Delta S'_{1} + \Delta S'_{2} = \nu_{1}R \ln \frac{V_{1} + V_{2}}{V_{1}} + \nu_{2}R \ln \frac{V_{1} + V_{2}}{V_{2}}$$

Η συνολική μεταβολή της εντροπίας για την όλη διαδικασία θα είναι:

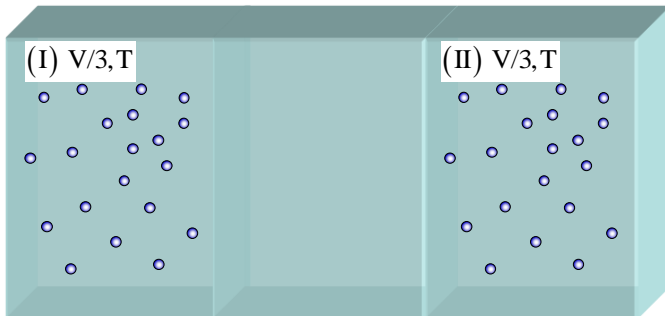
$$\Delta S = \Delta S_{\text{I}} + \Delta S_{\text{II}} = \nu_{1}C_{V_{1}} \ln \left( \frac{T}{T_{1}} \right) + \nu_{2}C_{V_{2}} \ln \left( \frac{T}{T_{2}} \right) + \nu_{1}R \ln \frac{V_{1} + V_{2}}{V_{1}} + \nu_{2}R \ln \frac{V_{1} + V_{2}}{V_{2}}$$



**ΑΣΚΗΣΗ 5**

Δοχείο όγκου  $V$  θερμικά μονωμένο είναι χωρισμένο σε τρία ίσα μέρη με τη βοήθεια δύο αβαρών και αμελητέου πάχους αδιαβατικών τοιχωμάτων  $\Delta_1$  και  $\Delta_2$ . Στους ακραίους χώρους υπάρχει το ίδιο ιδανικό αέριο που βρίσκεται κάτω από τις ίδιες συνθήκες θερμοκρασίας  $T$  και πίεσης  $P$ , ενώ ο μεσαίος χώρος είναι κενός.

- α) Να βρεθεί η μεταβολή της εντροπίας αν αφεθούν ελεύθερα τα δύο διαφράγματα β) και στη συνέχεια αφαιρεθούν.



Αρχικά έχουμε δύο δοχεία στα οποία υπάρχει το ίδιο αέριο με όγκο  $V/3$  και θερμοκρασία  $T$ .

Όταν αφήσουμε ελεύθερα τα διαφράγματα τότε θα κινηθούν μέχρι να συναντηθούν στη μέση.

Η θερμοκρασία αρχικά και τελικά στα 2 αέρια θα είναι η ίδια, διότι έχουμε ελεύθερη εκτόνωση των αερίων στο κενό και συνεπώς δεν υπάρχει παραγωγή έργου. Επίσης το κάθε αέριο δεν έχει ανταλλαγή θερμότητας ούτε με το περιβάλλον ούτε με το άλλο αέριο. Άρα θα διατηρείται η θερμοκρασία.

Η εντροπία είναι καταστατικό μέγεθος και συνεπώς θα αντικαταστήσουμε την μη αντιστρεπτή μεταβολή με μία αντιστρεπτή.

χρησιμοποιώντας τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο από τον ορισμό της εντροπίας έχουμε διαδοχικά:

$$dS = \frac{\delta Q}{T} = \frac{dU + \delta W}{T} = P \frac{dV}{T} \stackrel{PV=vRT}{=} vR \frac{dV}{V}$$

Ολοκληρώνοντας την προηγούμενη έκφραση θα έχουμε:

$$\Delta S = vR \ln \frac{V_T}{V_A}$$

Άρα για το πρώτο αέριο θα έχουμε:  $\Delta S_1 = vR \ln \frac{V/2}{V/3} = vR \ln \frac{3}{2}$

Όμοια για το δεύτερο αέριο θα έχουμε:  $\Delta S_2 = vR \ln \frac{3}{2}$

Για την διαδικασία αυτή η συνολική μεταβολή της εντροπίας θα είναι:

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2 = 2vR \ln \frac{3}{2}$$

β) Όταν αφαιρεθούν τα διάφραγμα μετά από το προηγούμενο θα έχουμε ανάμιξη των αερίων. Προσοχή, τα δύο αέρια είναι τα ίδια και στις ίδιες συνθήκες, με άλλα λόγια τα σωματίδια είναι **μη διακρίσιμα**. Δηλαδή όταν αφέθηκαν ελεύθερα τα διαφράγματα το αέριο κατάλαβε όλο το δοχείο. Με αποτέλεσμα όταν τα διαφράγματα αφαιρεθούν ΔΕΝ θα αλλάξει τίποτα γιατί σε κάθε στιγμή η ίδια ποσότητα θα βρίσκεται στο κάθε μισό μέρος του δοχείου.

Άρα, σε αυτή την περίπτωση η μεταβολή της εντροπίας είναι μηδέν.

$$\Delta S = 0$$

### Παρατήρηση

Αν τα αέρια είναι διαφορετικά αλλά με την ίδια θερμοκρασία τότε η μεταβολή της εντροπίας για το πρώτο αέριο θα είναι:

$$\Delta S'_1 = \nu_1 R \ln \frac{V}{V/2} = \nu_1 R \ln 2$$

για το δεύτερο αέριο θα είναι:

$$\Delta S'_2 = \nu_2 R \ln 2$$

και τελικά:  $\Delta S = (\nu_1 + \nu_2) R \ln 2$

**ΑΣΚΗΣΗ 6**

Σε έναν οριζόντιο, θερμικά μονωμένο, κύλινδρο, μπορεί να κινείται έμβολο από τη μη μεριά του οποίου υπάρχουν  $n = 2$  moles διατομικού ιδανικού αερίου κι από την άλλη κενό. Ανάμεσα στο έμβολο και τη βάση του κυλίνδρου υπάρχει ελατήριο. Αρχικά το έμβολο είναι στερεωμένο και το ελατήριο στο φυσικό του μήκος. Κατόπιν απελευθερώνουμε το έμβολο και όταν αποκατασταθεί η ισορροπία παρατηρούμε ότι ο όγκος του αερίου διπλασιάστηκε. Να υπολογισθεί η μεταβολή της εντροπίας αν θεωρήσουμε αμελητέες τις τριβές καθώς τις θερμοχωρητικότητες του εμβόλου του κυλίνδρου και του ελατηρίου.

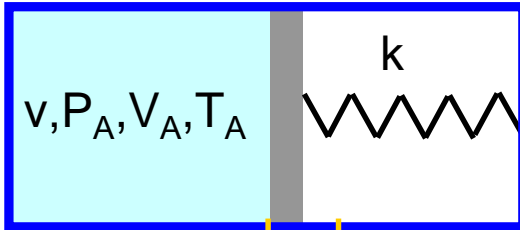
Η γραμμομοριακή θερμοχωρητικότητα υπό σταθερό όγκο για ένα αέριο με  $i$  βαθμούς ελευθερίας είναι:

$$C_v = \frac{i}{2} R$$

Οι βαθμοί ελευθερίας ενός διατομικού ιδανικού αερίου σε χαμηλές θερμοκρασίες είναι 3 λόγω της μεταφορικής κίνησης, σε συνθήκες δωματίου είναι 5 επειδή διεγείρονται και οι περιστροφικοί βαθμοί ελευθερίας ενώ σε υψηλές θερμοκρασίες είναι 7 διότι υπάρχουν και οι ταλαντωτικοί βαθμοί ελευθερίας

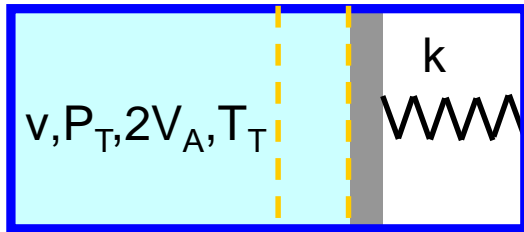
Αν η διαδικασία αυτή γίνεται σε συνθήκες δωματίου τότε  $i = 5$

Αρχική κατάσταση



Επειδή το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος δεν έχει αποθηκευμένη δυναμική ενέργεια

Τελική κατάσταση



Στην τελική κατάσταση αν έχει μετατοπισθεί το έμβολο κατά  $x$  τότε στο ελατήριο θα αποθηκευτεί δυναμική ενέργεια:

$$U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} kx^2$$

$x$

Τα τοιχώματα του δοχείου είναι αδιαβατικά που σημαίνει ότι το αέριο κατά την εκτόνωση του ελάττωσε την εσωτερική του ενέργεια και παρήγαγε έργο που αποθηκεύθηκε στο ελατήριο

Από τον 1<sup>ο</sup> Θερμοδυναμικό Νόμο έχουμε:

$$\delta Q = dU + \delta W \Rightarrow dU = -\delta W \Rightarrow \Delta U = -W$$

Το έργο του αερίου θα είναι ίσο και αντίθετο με το έργο που εκτέλεσε το ελατήριο

$$-W = W_{\varepsilon\lambda} = U_{\varepsilon\lambda, \text{αρχ}} - U_{\varepsilon\lambda, \text{τελ}} = 0 - \frac{1}{2} kx^2 = -\frac{1}{2} kx^2$$

Από τις δύο προηγούμενες σχέσεις έχουμε:

$$\Delta U = -\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow \nu C_v \Delta T = -\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow 2\frac{5}{2}R(T_T - T_A) = -\frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow$$

$$10R(T_T - T_A) = kx^2 \quad (1)$$

Η μεταβολή του όγκου του δοχείου θα είναι:

$$\Delta V = Sx \Rightarrow V_T - V_A = Sx \stackrel{V_T=2V_A}{\Rightarrow} V_A = Sx \Rightarrow x = \frac{V_A}{S} \quad (2)$$

Επειδή το έμβολο ισορροπεί η πίεση του αερίου θα είναι ίση με την πίεση που προκαλεί το ελατήριο στο έμβολο, δηλαδή:

$$P_T = \frac{F_{ελ}}{S} \Rightarrow P_T = \frac{kx}{S} \quad (3)$$

Από την καταστατική εξίσωση έχουμε για την τελική κατάσταση:

$$P_T V_T = \nu RT_T \stackrel{\substack{V_T=2V_A \\ \nu=2}}{\Rightarrow} P_T 2V_A = 2RT_T \stackrel{P_T=\frac{kx}{S}}{\Rightarrow} \frac{kx}{S} V_A = RT_T \stackrel{x=\frac{V_A}{S}}{\Rightarrow} kx^2 = RT_T \Rightarrow$$

$$kx^2 = RT_T \quad (4)$$

Από την (1) και (4) όμως έχουμε τελικά:

$$10R(T_T - T_A) = RT_T$$

$$10R(T_A - T_T) = RT_T \Rightarrow 10RT_A - 10RT_T = RT_T \Rightarrow \frac{T_T}{T_A} = \frac{10}{11}$$

Η μεταβολή της εντροπίας τελικά θα είναι:

$$\Delta S = \nu C_v \ln \frac{T_T}{T_A} + \nu R \ln \frac{V_T}{V_A} \quad \begin{matrix} V_T = 2V_A \\ \nu = 2 \\ C_v = \frac{5}{2}R \end{matrix} \Rightarrow$$

$$\Delta S = 5R \ln \frac{10}{11} + 2R \ln 2 \Rightarrow$$

$$\Delta S = 7.564 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$