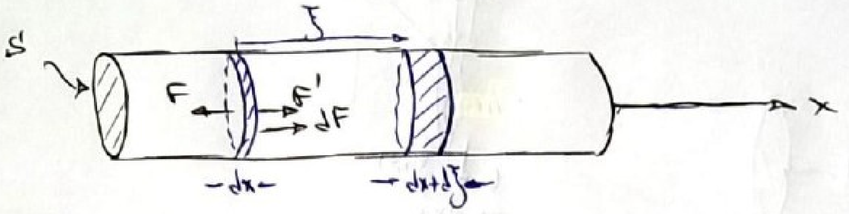
ΔΙΑΜΗΚΗ & ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ ΣΕ ΣΤΕΡΕΗ ΡΑΒΔΟ

Διαμήκη ελαστικά κύματα σε στερεή ράβδο.



Υπό την επίδραση διεγείρουσας δύναμης (π.χ. χτυπώντας με ένα σφυρί το άκρο της) μη στοιχειώδη μάζα dm της ράβδου υφίσταται μια μετατόπιση ξ παράλληλη προς τον άξονα x. και μια παραμόρφωση $d\xi$. Η δύναμη F που ασκείται σε κάθε διατομή της ράβδου είναι:

$$F = YS\frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (1)$$

όπου Y το μέτρο ελαστικότητας Young

S η διατομή της ράβδου

$\varepsilon = \frac{\partial \xi}{\partial x}$ η ορθή παραμόρφωση της ράβδου.

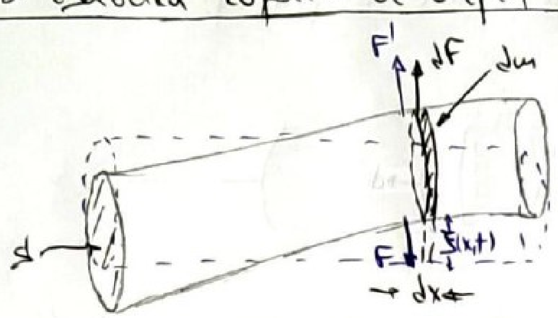
Ο 2ος ν. Νεύτωνα δίνει: $\left(F' - F = dF = \frac{\partial F}{\partial x}dx\right)$

$$dF = dm\,\alpha \rightarrow \left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)dx = dm\,\alpha \xrightarrow[(dm=\rho S dV)]{(1)} Y\cancel{S}\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}\cancel{dx} = \rho\cancel{S}\cancel{dx}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \rightarrow$$

$$\rightarrow Y\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \rho\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \underbrace{\left(\frac{\rho}{Y}\right)}_{\frac{1}{\upsilon^2}}\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}} \qquad \upsilon = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Η παραπάνω κυματική δ.ε. δείχνει ότι η διαμήκης παραμόρφωση διαδίδεται κατά μήκος της χορδής με ταχύτητα $\upsilon = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$ και ονομάζεται διαμήκης κυματική κίνηση.

Εγκάρσια ελαστικά κύματα σε στερεή ράβδο.



Έστω ότι προκαλούμε δονήσεις στη ράβδο χτυπώντας την εγκάρσια τότε κάθε στοιχειώδες τμήμα της κινείται μόνο εγκαρσίως (πάνω-κάτω). Μια στοιχειώδη μάζα dm υφίσταται εγκάρσια μετατόπιση $\xi(x,t)$. (προσοχή το ξ είναι συνάρτηση του x, ειδάλλως η ράβδος θα μετατοπίζονταν απλώς παράλληλα).

Η εφαπτομενική δύναμη που ασκείται σε κάθε διατομή της ράβδου είναι:

$$F = G S \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (1)$$

όπου G ο συντελεστής διάτμησης

S η διατομή της ράβδου

$\gamma = \frac{\partial \xi}{\partial x}$ η διατμητική παραμόρφωση.

Συνεπώς ο 2ος ν. Νεύτωνα για την κίνηση της dm δίνει:

$$dF = dm\,\alpha \rightarrow \frac{\partial F}{\partial x} dx = dm\,\alpha \overset{(1)}{\rightarrow} G \cancel{S} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} \cancel{dx} = \rho \cancel{S} \cancel{dx} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}$$

$$\left(F' - F = dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx\right)$$

$$\rightarrow G \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} \rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \underbrace{\frac{\rho}{G}}_{1/v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}} \quad v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

Η παραπάνω κυματική δ.ε. δείχνει ότι η εγκάρσια παραμόρφωση διαδίδεται κατά μήκος της χορδής με ταχύτητα $v = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$ και το κύμα αυτό λέγεται διατμητικό κύμα.

Συγγραφή – Επιμέλεια: Παναγιώτης Φ. Μοίρας