

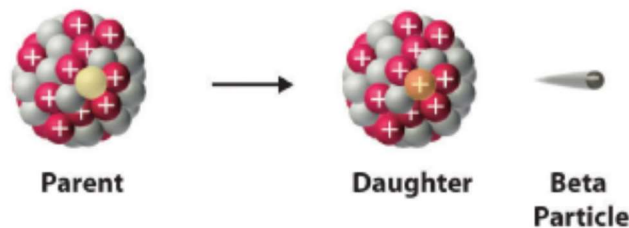
ΑΠΟΔΙΕΓΕΡΣΗ (ΔΙΑΣΠΑΣΗ) β

Η αποδιέγερση β , κατά την οποία έχουμε μεταστοιχείωση (αλλαγή ατομικού αριθμού $Z \rightarrow Z \pm 1$) με ταυτόχρονη εκπομπή ηλεκτρονίου ή ποζιτρονίου και αντινετρίνου ή νετρίνου, δεν είναι παρά η άμεση εκδήλωση στο επίπεδο της Πυρηνικής Φυσικής ενός φαινομένου που πραγματοποιείται στο μικρόκοσμο των στοιχειωδών σωματιών.

Η αλληλεπίδραση που είναι υπεύθυνη για τις διασπάσεις β είναι η ασθενής αλληλεπίδραση μεταξύ των quarks του νουκλεονίου. Επίσης οι ταχύτητες των εκπεμπόμενων σωματιών προσεγγίζουν την ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Διακρίνουμε τρία είδη αποδιεγέρσεων (διασπάσεων) β :

1) Διάσπαση β^- : ${}^A_Z X_N \rightarrow {}^A_{Z+1} Y_{N-1} + e^- + \bar{\nu}_e$



Για να γίνει αυτή η ασθενής αλληλεπίδραση πρέπει η εκλυόμενη ενέργεια Q να είναι θετική ($Q > 0$). Η ελκυστική ενέργεια της αντίδρασης, συναρτήσει των ελλειμάτων μάζας του μητρικού και θυγατρικού πυρήνα είναι:

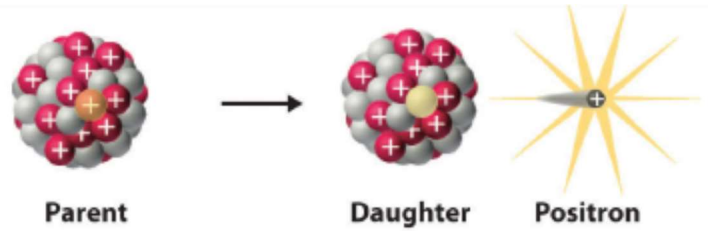
$$Q_{\beta^-} = \Delta({}^A_Z X) - \Delta({}^A_{Z+1} Y)$$

όπου οι τιμές των Δ λαμβάνονται απ' το Nuclear Wallet Cards.

Άρα η ενεργειακή συνθήκη πραγματοποίησης της β^- διάσπασης είναι :

$$Q_{\beta^-} > 0 \Rightarrow \Delta({}^A_Z X) - \Delta({}^A_{Z+1} Y) > 0$$

2) Διάσπαση β^+ : ${}^A_ZX_N \rightarrow {}^A_{Z-1}Y_{N+1} + e^+ + \nu_e$



Η εκλυόμενη ενέργεια της αντίδρασης αυτής είναι:

$$Q_{\beta^+} = \Delta({}^A_ZX) - \Delta({}^A_{Z-1}Y) - 2m_e$$

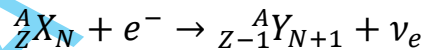
όπου $m_e = 0.511 \text{ MeV}$ (θεωρώντας $c=1$).

Άρα η ενεργειακή συνθήκη πραγματοποίησης της β^+ διάσπασης είναι:

$$Q_{\beta^+} > 0 \Rightarrow \Delta({}^A_ZX) - \Delta({}^A_{Z-1}Y) > 2m_e$$

3) Ηλεκτρονική σύλληψη (electron capture) EC:

Αν $\Delta({}^A_ZX) - \Delta({}^A_{Z-1}Y) < 2m_e$, δηλαδή η ενέργεια δεν είναι ικανοποιητική για να έχουμε δημιουργία ποζιτρονίου (β^+ διάσπαση), τότε ο ασταθής μητρικός πυρήνας συλλαμβάνει ένα τροχιακό ηλεκτρόνιο της στοιβάδας K ή L με ταυτόχρονη εκπομπή ακτίνων X λόγω ανακατανομής των ηλεκτρονίων των στοιβάδων.



Η εκλυόμενη ενέργεια της αντίδρασης αυτής είναι:

$$Q_{ec} = \Delta({}^A_ZX) - \Delta({}^A_{Z-1}Y)$$

Άρα η ενεργειακή συνθήκη πραγματοποίησης της ηλεκτρονικής σύλληψης είναι:

$$Q_{ec} > 0 \Rightarrow \Delta({}^A_ZX) - \Delta({}^A_{Z-1}Y) > 0$$

Επίσης οι αποδιεγέρσεις β κατηγοριοποιούνται σε επιτρεπτές ή απαγορευμένες. **Επιτρεπτές** σημαίνει ότι έχουν πολύ μεγαλύτερη πιθανότητα να γίνουν σε σχέση με άλλες που είναι πιο σπάνιες και λέγονται **απαγορευμένες**. Όσο μεγαλύτερου βαθμού απαγόρευση έχει μια διάσπαση, τόσο πιο σπάνιο είναι να γίνει.

Γενικά σε μια αποδιέγερση β με μητρικό πυρήνα ολικής στροφορμής \vec{J}_i και θυγατρικό πυρήνα ολικής στροφορμής \vec{J}_f , η διατήρηση της ολικής στροφορμής απαιτεί: $\vec{J}_i = \vec{J}_f + \vec{J}_{ev}$

όπου $\vec{J}_{ev} = \vec{S}_{ev} + \vec{l}_{ev}$ είναι το διανυσματικό άθροισμα του ολικού spin του συστήματος των λεπτονίων \vec{S}_{ev} και της σχετικής τους στροφορμής \vec{l}_{ev} .

Επειδή όσο μικρότερο είναι το \vec{l}_{ev} τόσο πιο εύκολα γίνεται η μετάπτωση, η πιθανότητα μετάπτωσης θα είναι μεγαλύτερη αν $\vec{l}_{ev} = 0$. Επομένως με βάση το κριτήριο αυτό οι αποδιεγέρσεις β διαχωρίζονται στη βιβλιογραφία σε **επιτρεπτές** (αν $\vec{l}_{ev} = 0$) και **απαγορευμένες** (αν $\vec{l}_{ev} \neq 0$).

Οι επιτρεπτές αποδιεγέρσεις β διακρίνονται στις εξής κατηγορίες:

1) Μεταπτώσεις Fermi: Είναι $\vec{S}_{ev} = 0$ οπότε και $\vec{J}_{ev} = 0$, δηλαδή τα δύο λεπτόνια εκπέμπονται με αντιπαράλληλα spin ($\uparrow\downarrow$) με απλή κατάσταση (καθώς $S_z = 0$). Οι μεταπτώσεις Fermi συνδέουν μόνο καταστάσεις πυρηνικών συστημάτων με ολική στροφορμή $J_i = J_f = 0$, και ίδια parity $\pi_i = \pi_f$.

Δηλαδή: $\Delta\vec{J} = \vec{J}_i - \vec{J}_f = 0$ και $\Delta\pi = \pi_i \cdot \pi_f = +1$

2) Μεταπτώσεις Gamow - Teller: Είναι $\vec{S}_{ev} = 1$ οπότε και $\vec{J}_{ev} = 1$, δηλαδή τα δύο λεπτόνια εκπέμπονται με παράλληλα spin ($\uparrow\uparrow$) σε μια τριπλή κατάσταση (καθώς $S_z = -1$ ή 0 ή $+1$). Οι μεταπτώσεις αυτές συνδέουν καταστάσεις πυρηνικών συστημάτων με ολική στροφορμή $J_i = J_f \pm 1$, και ίδια parity $\pi_i = \pi_f$.

Δηλαδή: $\Delta\vec{J} = \vec{J}_i - \vec{J}_f = \pm 1$ και $\Delta\pi = \pi_i \cdot \pi_f = +1$



3) Μεταπτώσεις μίγμα Fermi και Gamow - Teller: Οι μεταπτώσεις αυτές συνδέουν καταστάσεις πυρηνικών συστημάτων με ολική στροφορμή $J_i = J_f \neq 0$ και ίδια parity $\pi_i = \pi_f$.

Δηλαδή: $\Delta \vec{J} = \vec{J}_i - \vec{J}_f = 0$ (με $\vec{J}_i = \vec{J}_f \neq 0$) και $\Delta \pi = \pi_i \cdot \pi_f = +1$

Όταν δεν ισχύουν ταυτόχρονα $\Delta \vec{J} = 0$ ή 1 και $\Delta \pi = +1$ τότε η αποδιέγερση β ονομάζεται **απαγορευμένη**. Μια αποδιέγερση β ονομάζεται **απαγορευμένη n τάξης** αν $\Delta J = n$ ή $n + 1$ ($l_{ev} = n$) και $\Delta \pi = \pi_i \cdot \pi_f = (-1)^n$. Επίσης αν $\Delta J^{\Delta \pi} = 2^-, 3^+, 4^-, 5^+, \dots$ κατατάσσονται σε **απαγορευμένες λόγω parity** ή **μοναδικά απαγορευμένες** και αν $\Delta J^{\Delta \pi} = 0^-, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, \dots$ σε **μη απαγορευμένες λόγω parity** ή **μη μοναδικά απαγορευμένες**.

Στον ακόλουθο πίνακα παραθέτονται συνοπτικά οι κανόνες επιλογής των αποδιεγέρσεων β:

Μετάπτωση	Ολική στροφορμή	Parity
Επιτρεπτή Fermi (F)	$\Delta \vec{J} = 0$ με $\vec{J}_i = \vec{J}_f = 0$	$\Delta \pi = +1, \pi_i = \pi_f$
Επιτρεπτή Gamow - Teller (GT)	$\Delta \vec{J} = \pm 1$ με $\vec{J}_i = \vec{J}_f \pm 1$	$\Delta \pi = +1, \pi_i = \pi_f$
Επιτρεπτή μίγμα Fermi και Gamow - Teller (F-GT)	$\Delta \vec{J} = 0$ με $\vec{J}_i = \vec{J}_f \neq 0$	$\Delta \pi = +1, \pi_i = \pi_f$
Απαγορευμένη λόγω parity	$\Delta J^{\Delta \pi} = 2^-, 3^+, 4^-, 5^+, \dots$	
Μη απαγορευμένη λόγω parity	$\Delta J^{\Delta \pi} = 0^-, 1^-, 2^+, 3^-, 4^+, \dots$	



Ενεργειακό φάσμα αποδιεγερσεων β

Το ενεργειακό φάσμα των σωματίων β κατά την αποδιέγερση β έχει συνεχή μορφή κι αυτό οφείλεται στην παρουσία του νετρίνου ή του αντινετρίνου. Η σταθερά αποδιέγερσης λ σε μια μετάπτωση β , δηλαδή η πιθανότητα μετάπτωσης ανά μονάδα χρόνου δίνεται απ' τη σχέση:

$$\lambda = c |V_{fi}|^2 \int_0^{p_{e_{max}}} (E_{max} - E_e)^2 F(Z, E_e) p_e^2 dp_e \Rightarrow \lambda = \frac{|V_{fi}|^2}{\tau_0} f(Z, E_e) \quad (1)$$

όπου $F(Z, E_e)$ είναι ο **παράγοντας Fermi** και εκφράζει το τετράγωνο της κυματοσυνάρτησης ενός ηλεκτρονίου με κινητική ενέργεια E_e στη γειτονιά ενός πυρήνα με ατομικό αριθμό Z .

Ο παράγοντας Fermi εξαρτάται απ' την πυκνότητα των ηλεκτρονίων που περιβάλλουν τον πυρήνα του ατομικού συστήματος και ευνοεί την αποδιέγερση β^+ σε σχέση με την αποδιέγερση β^- . Δηλαδή:

$$F(Z, E_e) \geq 1 \quad \text{για αποδιέγερση } \beta^-$$

$$F(Z, E_e) \leq 1 \quad \text{για αποδιέγερση } \beta^+$$

Η συνάρτηση $f(Z, E_e) = \int_0^{p_{e_{max}}} (E_{max} - E_e)^2 F(Z, E_e) p_e^2 dp_e$ ονομάζεται **ολοκληρωμένος παράγοντας Fermi**. Το V_{fi} είναι το πλάτος του τελεστή της ασθενούς αλληλεπίδρασης ως προς τις πυρηνικές κυματοσυναρτήσεις του μητρικού και θυγατρικού πυρήνα και $\tau_0 = 8,98 \cdot 10^3 \text{ sec}$ μια παγκόσμια σταθερά χρόνου που περιλαμβάνει τη σταθερά c .

Συνεπώς ο χρόνος ημιζωής της αποδιέγερσης β , ο οποίος μπορεί να προσδιοριστεί πειραματικά είναι:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2 \cdot \tau_0}{|V_{fi}|^2 f(Z, E_e)} \Rightarrow f(Z, E_e) T_{1/2} = \frac{0,693 \cdot 8,98 \cdot 10^3 \text{ sec}}{|V_{fi}|^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow f(Z, E_e) T_{1/2} = \frac{6,22 \cdot 10^3 \text{ sec}}{|V_{fi}|^2} \quad (2)$$



Το δεξιό μέλος της **(2)** εκφράζει την ισχύ της ασθενούς αλληλεπίδρασης, ενώ το γινόμενο του αριστερού μέλους συμβολίζεται ως **ft** και ονομάζεται **σχετικός χρόνος ημιζωής** ή **τιμή ft**, η αριθμητική τιμή του οποίου κυμαίνεται μεταξύ 10^3 και 10^9 sec. Επειδή η τιμή του ft είναι υψηλή χρησιμοποιούμε συνήθως την τιμή του δεκαδικού λογάριθμου, η οποία λέγεται **logft**.

Συνεπώς μέσω της τιμής του $\log ft$ πραγματοποιείται η κατάταξη των αποδιεγέρσεων β ως προς τη σχετική τους ισχύ.

Υπολογισμός μέγιστης κινητικής ενέργειας ακτινοβολίας β

α) Αποδιέγερση β^-

Έστω η αποδιέγερση β^- : ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + e^- + \bar{\nu}_e$ που οδηγεί το θυγατρικό πυρήνα Y σε διεγερμένη στάθμη ΔE πάνω απ' τη θεμελιώδη.

Η εκλυόμενη ενέργεια της αντίδρασης είναι:

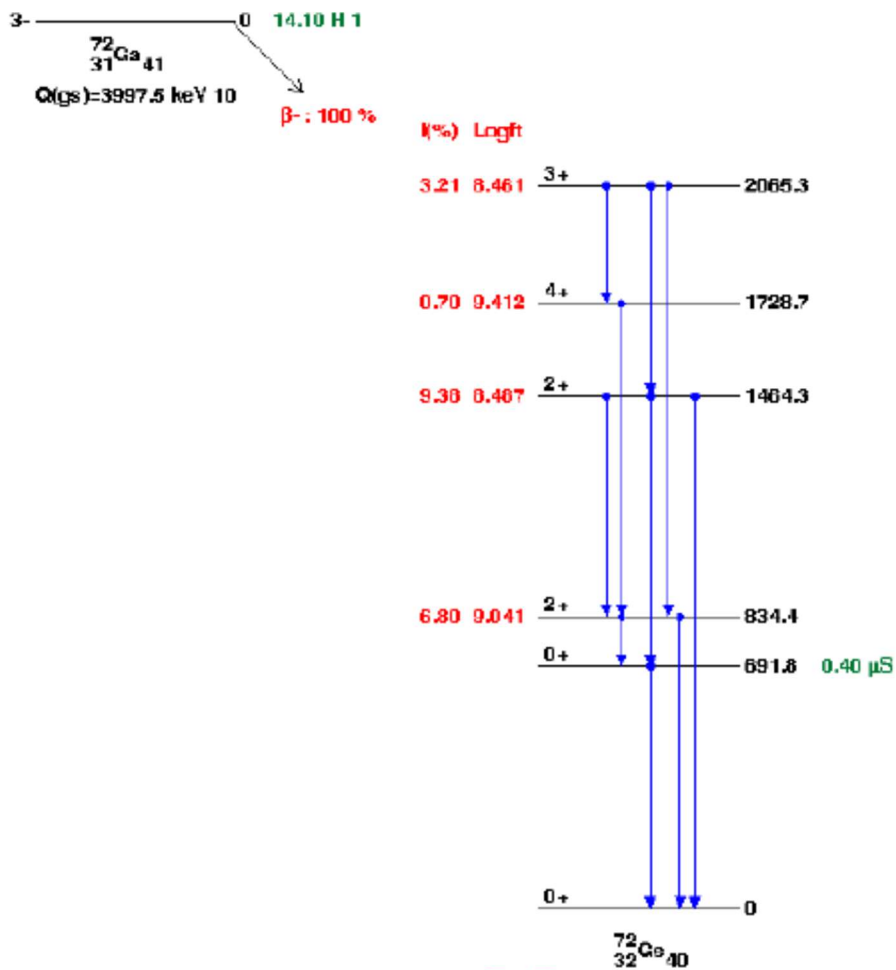
$$Q_{\beta^-} = \Delta({}^A_Z X) - \Delta({}^A_{Z+1} Y) \quad (\text{σε MeV}) \quad (1)$$

Εναλλακτικά αν μας δίνεται το ενεργειακό διάγραμμα της διάσπασης, στο οποίο φαίνονται όλες οι δυνατές καταστάσεις για το θυγατρικό πυρήνα με τα spin τους (αριστερά στις ενεργειακές στάθμες) και οι ενέργειές τους σε σχέση με τη θεμελιώδη κατάσταση (ground state) (δεξιά στις ενεργειακές στάθμες) τότε η εκλυόμενη ενέργεια της αντίδρασης από θεμελιώδη σε θεμελιώδη κατάσταση είναι το $Q(gs)$ του μητρικού πυρήνα ${}^A_Z X$. Δηλαδή:

$$Q_{\beta^-} = Q(gs) \quad (\text{σε MeV})$$

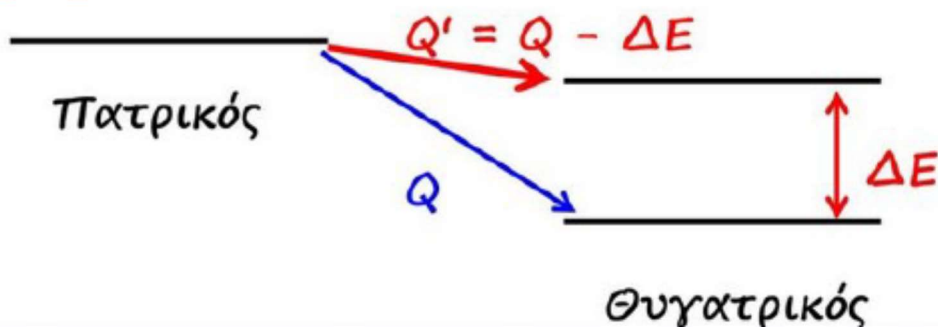
η τιμή της οποίας θα είναι σχεδόν ίση με αυτή του αποτελέσματος της **(1)**.





Επειδή όμως η διεγερμένη στάθμη του θυγατρικού πυρήνα διαφέρει κατά ΔE απ' τη θεμελιώδη του θα είναι:

$$Q_{\beta^-} = Q_{\beta^-}^{\delta} + \Delta E \Rightarrow Q_{\beta^-}^{\delta} = Q_{\beta^-} - \Delta E \quad (\text{σε MeV})$$



Άρα η μέγιστη κινητική ενέργεια της εκπεμπόμενης ακτινοβολίας β (ή του εκπεμπόμενου ηλεκτρονίου) $T_{e_{max}}$ αντιστοιχεί σε μηδενική ενέργεια του αντινετρίνου $E_{\bar{\nu}_e} = 0$ και είναι:

$$T_{e_{max}} = Q_{\beta^-}^{\delta}$$

β) Αποδιέγερση β^+

Έστω η αποδιέγερση β^+ : ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z-1} Y + e^+ + \nu_e$ η εκλυόμενη ενέργεια της οποίας είναι:

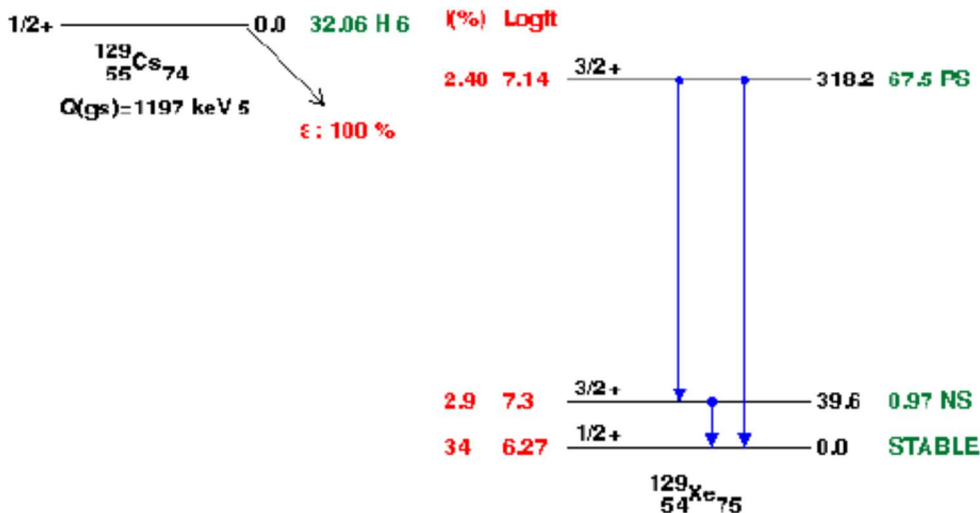
$$Q_{\beta^+} = \Delta({}^A_Z X) - \Delta({}^A_{Z-1} Y) - 2m_e \quad (\sigma\epsilon \text{ MeV})$$

Εναλλακτικά απ' το ενεργειακό διάγραμμα της διάσπασης είναι:

$$Q_{\beta^+} = Q(gs) - 2m_e \quad (\sigma\epsilon \text{ MeV})$$

Αν η στάθμη του θυγατρικού πυρήνα που καταλήγει η αποδιέγερση είναι διεγερμένη κατά ΔE πάνω απ' τη θεμελιώδη τότε η εκλυόμενη ενέργεια της διεγερμένης αυτής στάθμης είναι:

$$Q_{\beta^+} = Q_{\beta^+}^{\delta} + \Delta E \Rightarrow Q_{\beta^+}^{\delta} = Q_{\beta^+} - \Delta E \quad (\sigma\epsilon \text{ MeV})$$



Άρα η μέγιστη κινητική ενέργεια του εκπεμπόμενου ποζιτρονίου T_{max} αντιστοιχεί σε μηδενική ενέργεια του νετρίνου $E_{\nu_e} = 0$ και είναι:

$$T_{max} = Q_{\beta^+}^{\delta}$$

Συγγραφή – Επιμέλεια: Παναγιώτης Φ. Μοίρας

