## ΜΑΓΝΗΤΟΣΤΑΤΙΚΗ

**Μαγνητική δύναμη :** $\vec{F}_m = q\vec{\upsilon}\times\vec{B}$

**Μαγνητικό πεδίο** λέγεται ο χώρος σε κάθε σημείο του οποίου ασκείται σε φορτίο η μαγνητική δύναμη $\vec{F}_m$ και η συνάρτηση $\vec{B}$ καλείται **ένταση μαγνητικού πεδίου ή μαγνητική επαγωγή**.

**Δύναμη Lorentz:** $\vec{F} = q(\vec{E}+\vec{\upsilon}\times\vec{B})$

**Μαγνητική ροή:** $\Phi_B = \int\limits_S \vec{B}\cdot d\vec{S}$ $\quad(\text{Weber} = \text{Tesla}\cdot\text{m}^2)$

**Νόμος Gauss για το μαγνητισμό:** $\oint\limits_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$ ή $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$

Λόγω του ότι το μαγνητοστατικό πεδίο είναι σωληνοειδές πεδίο $(\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0)$, μπορεί να οριστεί μια διανυσματική συνάρτηση δυναμικού $\vec{A}(x,y,z)$ τέτοια ώστε να ικανοποιεί τη συνθήκη:

$$\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$$

Το πεδίο $\vec{A}$ ονομάζεται **μαγνητικό διανυσματικό δυναμικό**.

**Μαγνητική δύναμη Laplace ρευματοφόρου αγωγού**

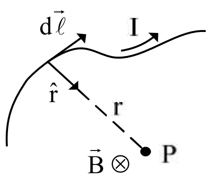
$$\vec{F} = I\int\limits_c d\vec{\ell}\times\vec{B}$$

όπου I το ρεύμα που διαρρέει τον αγωγό , $d\vec{\ell}$ ένα στοιχειώδες τμήμα του αγωγού και $\vec{B}$ η μαγνητική επαγωγή.

**Μαγνητικό πεδίο κινούμενου φορτίου :** $\vec{B} = \dfrac{\mu_o}{4\pi}\dfrac{q\vec{\upsilon}\times\hat{r}}{r^2}$

όπου $\mu_o$ η μαγνητική διαπερατότητα του κενού, $\vec{\upsilon}$ η ταχύτητα του φορτίου q, r η απόσταση του φορτίου από το σημείο στο οποίο υπολογίζεται η ένταση και $\hat{r}$ το μοναδιαίο διάνυσμα της διεύθυνσης αυτής.

**Μαγνητικό πεδίο ρευματοφόρου αγωγού – Νόμος Biot – Savart**




Έστω αγωγός τυχαίου σχήματος που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I. Κάθε στοιχειώδες τμήμα $d\vec{\ell}$ του αγωγού με φορά τη φορά του ηλεκτρικού ρεύματος, δημιουργεί μαγνητικό πεδίο $d\vec{B}$ σε σημείο P που απέχει απόσταση r από το $d\vec{\ell}$ , που δίνεται από τη σχέση: $d\vec{B} = \dfrac{\mu_o I}{4\pi}\dfrac{d\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$

Επομένως: $\vec{B} = \int d\vec{B} = \dfrac{\mu_o I}{4\pi}\int\limits_c \dfrac{d\vec{\ell}\times\hat{r}}{r^2}$

**Νόμος Ampere**

Εφαρμόζεται σε άπειρες κατανομές ρεύματος και αποτελεί τη θεμελιώδη σχέση μεταξύ της έντασης $\vec{B}$ του μαγνητικού πεδίου και της έντασης I του παράγοντος το πεδίο ρεύματος:

$$\oint\limits_c \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_o I_{encl} = \mu_o\int\limits_S \vec{J}\cdot d\vec{S} \qquad \textbf{(ολοκληρωτική μορφή)}$$

όπου η κλειστή καμπύλη c (αμπεριανός βρόχος) επιλέγεται έτσι ώστε η ένταση $\vec{B}$ να έχει σταθερό μέτρο κατά μήκος της και $I_{encl}$ είναι το άθροισμα των ρευμάτων που περικλείει η καμπύλη αυτή.

Είναι: $I_{encl} = \int\limits_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$, όπου $\vec{J}$ η **πυκνότητα ρεύματος** και $d\vec{S}$ το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα της επιφάνειας.

**Διαφορική μορφή νόμου Ampere:** $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_o\vec{J}$

**Εφαρμογές νόμου Ampere:**

**1)** Μαγνητικό πεδίο άπειρου ευθύγραμμου ρευματοφόρου αγωγού: $B = \mu_o I/2\pi r$

**2)** Μαγνητικό πεδίο κυλινδρικού ρευματοφόρου αγωγού απείρου μήκους: $B_{\varepsilon\sigma} = \dfrac{\mu_o I}{2\pi R^2}r$ για $r \le R$ , $B_{\varepsilon\xi} = \dfrac{\mu_o I}{2\pi r}$ για $r \ge R$

**3)** Μαγνητικό πεδίο άπειρης επίπεδης ρευματοφόρου επιφάνειας: $B = \mu_o J/2$

**4)** Μαγνητικό πεδίο σωληνοειδούς πηνίου :

$B = \mu_o nI$ (n: πυκνότητα σπειρών)

**5)** Μαγνητικό πεδίο δακτυλιοειδούς (τοροειδούς) πηνίου:

$B = \dfrac{\mu_o NI}{2\pi r}$ , $R_1 < r < R_2$ (N: αριθμός σπειρών)

**6)** Μαγνητικό πεδίο ρευματοφόρου κυκλικού δακτυλίου ακτίνας R, σε απόσταση z από το κέντρο του κατά μήκος του άξονά του:

$$\vec{B} = \frac{\mu_o I R^2}{2(R^2+z^2)^{3/2}}\hat{z}$$

● Η μαγνητική δύναμη αλληλεπίδρασης ανά μονάδα μήκους μεταξύ δυο παράλληλων αγωγών μεγάλου μήκους που διαρρέοντα από ρεύματα $I_1$, $I_2$ και απέχουν απόσταση d μεταξύ τους είναι :

$$\frac{F}{\ell} = \frac{\mu_o I_1 I_2}{2\pi d}$$

**Ενέργεια μαγνητικού πεδίου:** $U = \dfrac{1}{2\mu_o}\int\limits_V B^2 dV$

Για κλειστό βρόχο που διαρρέεται από ρεύμα I είναι :

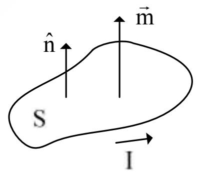
$U = \dfrac{1}{2}\Phi_B I$, όπου $\Phi_B$ η μαγνητική ροή που διαπερνά την επιφάνεια S που έχει σύνορο τον κλειστό βρόχο.

**Συντελεστής αυτεπαγωγής :** $L = \dfrac{\Phi_B}{I}$ (Henry)

Εναλλακτικά : $U = LI^2/2$

**Μαγνητικό δίπολο** λέγεται κάθε επίπεδος βρόχος τυχαίου σχήματος που διαρρέεται από ρεύμα έντασης I.

**Μαγνητική διπολική ροπή:** $\vec{m} = IS\hat{n}$



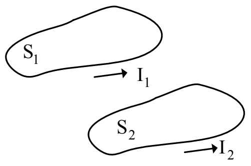

όπου S η επιφάνεια που περικλείει ο βρόχος και $\hat{n}$ το κάθετο μοναδιαίο διάνυσμα στην επιφάνεια αυτή. Η φορά της $\vec{m}$ καθορίζεται με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Ένας βρόχος ρεύματος εμβαδού S που διαρρέεται από ρεύμα I, μέσα σε ένα ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$, δεν υφίσταται δύναμη, αλλά ροπή που είναι : τ = IBSsinφ ή διανυσματικά είναι :

$$\vec{\tau} = \vec{m}\times\vec{B}$$

Η δυναμική ενέργεια του μαγνητικού διπόλου μέσα σε ένα μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$ είναι : $U = -\vec{m}\cdot\vec{B} = -mB\cos\varphi$

## ΑΜΟΙΒΑΙΑ ΕΠΑΓΩΓΗ




Έστω δυο κυκλώματα διαρρεόμενα από ρεύματα έντασης $I_1$ και $I_2$, τα οποία δημιουργούν μαγνητικό πεδίο στο γύρω χώρο τους. Αν $\Phi_{12}$ είναι η μαγνητική ροή που διέρχεται από την επιφάνεια $S_1$ και οφείλεται στο ρεύμα $I_2$, τότε ορίζεται ο **συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής $M_{12}$** ως ο λόγος :

$$\boxed{M_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_2}}$$

Αντίστοιχα για το κύκλωμα $S_2$ είναι : $\quad M_{21} = \dfrac{\Phi_{21}}{I_1}$

Αποδεικνύεται ότι : $\quad M_{12} = M_{21}$

Ο συντελεστής αμοιβαίας επαγωγής είναι ένα μέγεθος που εξαρτάται μόνο από τη γεωμετρία των δυο κυκλωμάτων με μονάδες Henry = Weber/A.

## ΜΑΓΝΗΤΟΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΣΤΗΝ ΥΛΗ

**Μαγνήτιση υλικού:** εκφράζει τη μαγνητική διπολική ροπή ανά μονάδα όγκου: $\quad \vec{M} = d\vec{m}/dV$

**Δέσμια ρεύματα :** $\quad \vec{J}_m = \vec{\nabla} \times \vec{M}$

**Μαγνητική διέγερση:** $\quad \vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_o} - \vec{M}$

**Ελεύθερα ρεύματα:** $\quad \vec{J}_f = \vec{\nabla} \times \vec{H}$

Για γραμμικά μέσα είναι: $\quad \vec{M} = \chi_m \vec{H}$

όπου $\chi_m$ η μαγνητική επιδεκτικότητα του υλικού.

Επίσης είναι: $\quad \vec{B} = \mu_o(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_o(1+\chi_m)\vec{H} \Rightarrow \vec{B} = \mu\vec{H}$

όπου $\mu = \mu_o(1+\chi_m)$ η μαγνητική διαπερατότητα του υλικού.

## ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΣ LORENTZ ΗΛΕΚΤΡΙΚΟΥ ΚΑΙ ΜΑΓΝΗΤΙΚΟΥ ΠΕΔΙΟΥ

Έστω $\vec{E}$, $\vec{B}$ οι εντάσεις ηλεκτρικού και μαγνητικού πεδίου ως προς ακίνητο παρατηρητή O και $\vec{E}'$, $\vec{B}'$ οι αντίστοιχες εντάσεις ως προς κινούμενο παρατηρητή $O'$, που κινείται με σχετικιστική ταχύτητα (>0,1c) $\vec{\upsilon} = \upsilon\hat{x}$ ως προς τον O. Τότε:

$$E'_x = E_x \qquad B'_x = B_x$$

$$E'_y = \gamma(E_y - \upsilon B_z) \qquad B'_y = \gamma\left(B_y + \frac{\upsilon}{c^2}E_z\right)$$

$$E'_z = \gamma(E_z + \upsilon B_y) \qquad B'_z = \gamma\left(B_z - \frac{\upsilon}{c^2}E_y\right)$$

όπου $\gamma = 1/\sqrt{1-\upsilon^2/c^2} = 1/\sqrt{1-\beta^2} \geq 1$ και $\beta = \upsilon/c \leq 1$

## ΝΟΜΟΣ ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΗΣ ΕΠΑΓΩΓΗΣ FARADAY

**Νόμος Faraday:**

$$\mathcal{E} = \oint_c \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = -\int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}$$ **ολοκληρωτική μορφή**

**Διαφορική μορφή:** $\quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

**Νόμος Lenz:** Η επαγωγική τάση δημιουργεί επαγωγικό ρεύμα με τέτοια φορά ώστε να τείνει να αναιρέσει το αίτιο που προκάλεσε τη μεταβολή της μαγνητικής ροής.

- Όταν ένας αγωγός μήκους $\ell$ κινείται με ταχύτητα υ που είναι κάθετη σε ομογενές μαγνητικό πεδίο $\vec{B}$, η επαγωγική τάση που αναπτύσσεται σε αυτόν είναι : $\quad \mathcal{E} = B\upsilon\ell$

## ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ MAXWELL-ΗΛΕΚΤΡΟΜΑΓΝΗΤΙΚΑ ΚΥΜΑΤΑ

### Εξισώσεις Maxwell

| Νόμος | Ολοκληρωτική μορφή | Διαφορική μορφή |
|---|---|---|
| **1ος:** Νόμος Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο | $\oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \dfrac{q_{encl}}{\varepsilon_o} = \dfrac{1}{\varepsilon_o}\int_V \rho dV$ | $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \dfrac{\rho}{\varepsilon_o}$ |
| **2ος:** Νόμος Gauss για το μαγνητικό πεδίο | $\oint_S \vec{B}\cdot d\vec{S} = 0$ | $\vec{\nabla}\cdot\vec{B} = 0$ |
| **3ος:** Νόμος Faraday | $\mathcal{E} = \oint_c \vec{E}\cdot d\vec{\ell} = -\dfrac{d\Phi_B}{dt} = -\int_S \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$ | $\vec{\nabla}\times\vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ |
| **4ος:** Νόμος Ampere Maxwell | $\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{\ell} = \mu_o(I + I_d) = \mu_o\int_S \vec{J}\cdot d\vec{S} + \mu_o\varepsilon_o\int_S \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$ | $\vec{\nabla}\times\vec{B} = \mu_o(\vec{J} + \vec{J}_d) = \mu_o\vec{J} + \mu_o\varepsilon_o\dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ |

όπου $I_d = \varepsilon_o \dfrac{d\Phi_E}{dt} = \varepsilon_o \int_S \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}\cdot d\vec{S}$ το **ρεύμα μετατόπισης** και

$\vec{J}_d = \varepsilon_o \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ η **πυκνότητα του ρεύματος μετατόπισης**.

Οι παραπάνω εξισώσεις Maxwell ισχύουν και στο κενό, όπου δεν υπάρχουν φορτία ($\rho = 0$) ούτε ρεύματα ($\vec{J} = 0$).

**Κυματικές εξισώσεις Η/Μ κύματος στο κενό:**

$$\nabla^2\vec{E} = \mu_o\varepsilon_o\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} \quad , \quad \nabla^2\vec{B} = \mu_o\varepsilon_o\frac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2}$$

όπου $c = 1/\sqrt{\varepsilon_o\mu_o}$ η ταχύτητα του φωτός στο κενό.

Οι λύσεις των κυματικών αυτών εξισώσεων για ένα επίπεδο αρμονικό κύμα είναι:

$\vec{E} = E_o\cos(\omega t - kz)\hat{x} \quad , \quad \vec{B} = B_o\cos(\omega t - kz)\hat{y}$

όπου ω η κυκλική συχνότητα, k ο κυματάριθμος και $E_o$, $B_o$ τα πλάτη των πεδίων για τα οποία ισχύει $E_o = cB_o$.

**Σχέση διασποράς:** $\boxed{\omega = ck}$

**Βασική κυματική εξίσωση :** $\boxed{c = \lambda\nu}$

όπου λ το μήκος κύματος και ν η συχνότητα.

**Διάνυσμα Poynting** $\vec{S}$ : Περιγράφει τη ροή της ενέργειας που μεταφέρει ένα Η/Μ κύμα και έχει την κατεύθυνση της διάδοσής του.

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_o}\vec{E}\times\vec{B}$$

**Ένταση** Η/Μ κύματος είναι η μέση τιμή του μέτρου του διανύσματος Poynting: $\quad I = \bar{S} = \dfrac{1}{2}\dfrac{E_o B_o}{\mu_o}$