ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΦΟΡΤΙΟ – ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ

Νόμος Coulomb: $\vec{F} = K\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r} = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$

Ηλεκτροστατικό πεδίο λέγεται ο χώρος γύρω από τα φορτία – πηγές q_i εντός του οποίου ηλεκτρικό φορτίο Q δέχεται συνισταμένη δύναμη Coulomb $\vec{F}$ και περιγράφεται από μια διανυσματική συνάρτηση θέσεως $\vec{E}(x,y,z)$, η οποία ονομάζεται **ένταση ηλεκτρικού πεδίου** που δίνεται από τη σχέση:

$$\vec{E}(x,y,z) = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i$$

Δηλαδή απλά: $\vec{F} = Q\vec{E}$ ή $\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{Q}$ (Nt/m)

Το ηλεκτροστατικό πεδίο ενός σημειακού φορτίου q είναι:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

δηλαδή η ένταση του πεδίου διευθύνεται ακτινικά από το φορτίο.

Συνεχείς κατανομές ηλεκτρικών φορτίων

Στις συνεχείς κατανομές φορτίου ανάλογα με τις διαστάσεις που κατανέμεται το φορτίο (1, 2 ή 3) ορίζονται οι εξής πυκνότητες φορτίου:

- Γραμμική πυκνότητα: $\lambda = dq/d\ell$
- Επιφανειακή πυκνότητα: $\sigma = dq/dS$
- Χωρική πυκνότητα: $\rho = dq/dV$

Ηλεκτρικό δίπολο αποτελεί το σύστημα ενός ζεύγους ηλεκτρικών φορτίων με ίσα μέτρα και αντίθετα πρόσημα +q και –q, τα οποία απέχουν μεταξύ τους απόσταση 2α.
Η ηλεκτρική διπολική ροπή του συστήματος του διπόλου έχει μέτρο p=q2α και κατευθύνεται από το αρνητικό προς το θετικό φορτίο. Αν ένα ηλεκτρικό δίπολο τοποθετηθεί σε εξωτερικό ηλεκτρικό πεδίο, υφίσταται ροπή $\vec{\tau}=\vec{p}\times\vec{E}$ (με μέτρο τ=pEsinφ όπου φ η γωνία ανάμεσα στα $\vec{p},\vec{E}$) και τείνει να προσανατολίσει το δίπολο κατά τη διεύθυνση του πεδίου $\vec{E}$.
Ηλεκτρική διπολική ροπή συστήματος n σημειακών φορτίων:

$$\boxed{\vec{p} = \sum_{i=1}^{n} q_i\vec{r}_i}$$

όπου $\vec{r}_i$ τα διανύσματα θέσης των φορτίων q_i ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς.

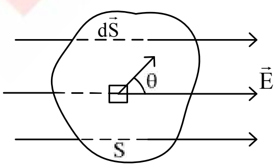
Για συνεχή κατανομή φορτίου είναι: $\vec{p} = \int \vec{r}dq = \int_V \vec{r}\rho dV$

ΝΟΜΟΣ GAUSS – ΗΛΕΚΤΡΙΚΟ ΔΥΝΑΜΙΚΟ

Ηλεκτρική ροή : είναι το βαθμωτό φυσικό μέγεθος που εκφράζει τον αριθμό των ηλεκτρικών δυναμικών γραμμών που διαπερνούν μια επιφάνεια.

$$\Phi_E = \int_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \int_S E\cos\theta dS$$

Μονάδες : $Nt\cdot m^2/Cb$



Νόμος Gauss

Η θεμελιώδης σχέση μεταξύ της έντασης $\vec{E}$ του ηλεκτρικού πεδίου και του ηλεκτρικού φορτίου που το δημιουργεί αποτελεί το νόμο του Gauss :

$$\Phi_E = \oint_S \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{q_{encl}}{\varepsilon_o} = \frac{1}{\varepsilon_o}\int_V \rho dV \quad \textbf{(ολοκληρωτική μορφή)}$$

όπου $q_{encl} = \int_V \rho dV$ είναι το ολικό φορτίο που περικλείει η κλειστή επιφάνεια S.

Διαφορική μορφή νόμου Gauss : $\vec{\nabla}\cdot\vec{E} = \rho/\varepsilon_o$

Δυναμικό ηλεκτρικού πεδίου

Τα ηλεκτροστατικά πεδία έχουν την ιδιότητα να είναι συντηρητικά κι επομένως η ένταση $\vec{E}(x,y,z)$ αυτών απορρέει από μια βαθμωτή συνάρτηση $V(x,y,z)$ η οποία λέγεται ηλεκτρικό δυναμικό έτσι ώστε:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad ή \quad \vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{z}\right)$$

Επίσης κάθε ηλεκτροστατικό πεδίο είναι αστρόβιλο, δηλαδή: $\vec{\nabla}\times\vec{E} = 0$.

Διαφορά δυναμικού μεταξύ δυο σημείων ηλεκτροστατικού πεδίου: $\Delta V = V_2 - V_1 = -\int_{r_1}^{r_2} Edr$

Δυναμικό σημείο Σ ηλεκτροστατικού πεδίου:

$$V_\Sigma = -\int_{0\ ή\ \infty}^{r} Edr \qquad (Volt = Nt\cdot m/Cb)$$

Το δυναμικό του πεδίου ενός σημειακού φορτίου q είναι:

$$V = -\int_{\infty}^{r} Edr = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_o}\int_{\infty}^{r}\frac{dr}{r^2} \Rightarrow V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}\frac{q}{r}$$

όπου r η απόσταση του φορτίου q από το σημείο στο οποίο αναφέρεται το δυναμικό V.

Εξίσωση Poisson: $\nabla^2 V = -\dfrac{\rho}{\varepsilon_o}$

Εξίσωση Laplace: $\nabla^2 V = 0$

Εφαρμογές νόμου Gauss :

1) Ηλεκτρικό πεδίο φορτισμένης αγώγιμης σφαίρας ακτίνας R, με φορτίο Q.

Ένταση : $E_{εσ}=0$ για r<R, $E_{εξ} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o r^2}$ για $r \geq R$

Δυναμικό : $V_{εσ} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o R}$ για $r \leq R$, $V_{εξ} = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_o r}$ για $r \geq R$

2) Ηλεκτρικό πεδίο μονωτικής σφαίρας ακτίνας R, ομοιόμορφα φορτισμένης με πυκνότητα φορτίου ρ.

Ένταση : $E_{εσ} = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_o}r$ για $r \leq R$, $E_{εξ} = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_o}\dfrac{R^3}{r^2}$ για $r \geq R$

Δυναμικό: $V_{εσ} = \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_o} - \dfrac{\rho}{6\varepsilon_o}r^2$ για $r \leq R$, $V_{εξ} = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_o}\dfrac{R^3}{r}$ για $r \geq R$

3) Ηλεκτρικό πεδίο άπειρης γραμμικής κατανομής φορτίου.

Ένταση : $E = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o r}$ **Δυναμικό :** $V = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_o}\ell n\dfrac{r_o}{r}$

4) Ηλεκτρικό πεδίο ομοιόμορφα φορτισμένης άπειρης επιφάνειας.

Ένταση : $\vec{E} = \begin{cases} \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}\hat{x}, & \text{για} \quad x > 0 \\ -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}\hat{x}, & \text{για} \quad x < 0 \end{cases}$

Δυναμικό : $V = \begin{cases} -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}x, & \text{για} \quad x > 0 \\ \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_o}x, & \text{για} \quad x < 0 \end{cases}$

Έργο μετακίνησης φορτίου q από το άπειρο σε ένα σημείο του πεδίου: $W_{\infty\to\Sigma} = qV_\Sigma$

όπου V_Σ το δυναμικό που επικρατεί στο σημείο Σ.

Ηλεκτροστατική ενέργεια συστήματος n σημειακών φορτίων:

$U = \sum\limits_{j\neq i}^{n} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_o}\dfrac{q_i q_j}{r_{ij}}$, όπου r_{ij} η απόσταση των φορτίων q_i , q_j.

Για συνεχή κατανομή φορτίου είναι: $U = \dfrac{\varepsilon_o}{2}\int E^2 dV$

ΑΓΩΓΟΙ

Ιδιότητες αγωγών:

1) Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό ενός αγωγού είναι μηδέν , $E_{\varepsilon\sigma} = 0$.

2) Η χωρική πυκνότητα φορτίου στο εσωτερικό ενός αγωγού είναι μηδέν , $\rho = 0$.

3) Τα φορτία κατανέμονται μόνο στην εξωτερική επιφάνεια του αγωγού.

4) Το ηλεκτρικό δυναμικό είναι σταθερό σε όλο τον αγωγό, $V_{\varepsilon\sigma} = \sigma\tau\alpha\theta.$

5) Η ένταση του πεδίου $\vec{E}$ είναι κάθετη στην επιφάνεια του αγωγού.

Πυκνωτές

Χωρητικότητα: $C = \dfrac{Q}{V}$ (Farad = Cb/Volt)

Επίπεδος πυκνωτής : $C = \varepsilon_o \dfrac{S}{d}$

Σφαιρικός πυκνωτής: $C = 4\pi\varepsilon_o \dfrac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

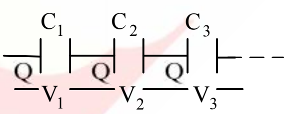
Κυλινδρικός πυκνωτής: $C = \dfrac{2\pi\varepsilon_o \ell}{\ell n(R_2/R_1)}$

Ενέργεια πυκνωτή: $U = \dfrac{Q^2}{2C} = \dfrac{1}{2}CV^2 = \dfrac{1}{2}QV$

Συνδεσμολογία πυκνωτών:

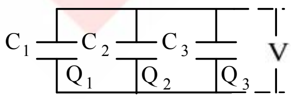
α) Σε σειρά

$\dfrac{1}{C_{o\lambda}} = \dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2} + \dfrac{1}{C_3} + ...$



β) Παράλληλα

$C_{o\lambda} = C_1 + C_2 + C_3 + ...$



ΗΛΕΚΤΡΟΣΤΑΤΙΚΟ ΠΕΔΙΟ ΣΤΗΝ ΥΛΗ

Διηλεκτρικό ονομάζεται κάθε υλικό που δεν περιέχει ελεύθερα ηλεκτρικά φορτία .

Πόλωση διηλεκτρικού $\vec{P}$ ορίζεται ως η πυκνότητα της ηλεκτρικής διπολικής ροπής $\vec{p}$: $\boxed{\vec{P} = \dfrac{d\vec{p}}{dV}}$

Για ισότροπα ή γραμμικά διηλεκτρικά είναι: $\vec{P} = \varepsilon_o \chi \vec{E}$

όπου $\chi \geq 0$ η ηλεκτρική επιδεκτικότητα του μέσου.

Η πόλωση ενός διηλεκτρικού έχει ως αποτέλεσμα τη συσσώρευση φορτίων, στο εσωτερικό και την επιφάνειά του τα οποία δεν έχουν την ευχέρεια κίνησης και γι΄ αυτό ονομάζονται **δέσμια φορτία**.

Χωρική πυκνότητα δέσμιων φορτίων : $\rho_p = -\vec{\nabla}\cdot\vec{P}$

Επιφανειακή πυκνότητα δέσμιων φορτίων : $\sigma_p = \vec{P}\cdot\hat{n}$

όπου $\hat{n}$ το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα από την επιφάνεια του διηλεκτρικού προς τον κενό χώρο. Το ολικό δέσμιο φορτίο q_p είναι μηδέν, αφού τα δέσμια φορτία βρίσκονται σε ζεύγη θετικών – αρνητικών φορτίων: $q_p = \int\limits_V \rho_p dV + \int\limits_s \sigma_p dS = 0$

Αν το διηλεκτρικό φορτιστεί επιπλέον με **ελεύθερα φορτία** χωρικής πυκνότητας ρ_f και επιφανειακής πυκνότητας σ_f τότε λόγω της αρχής διατήρησης του φορτίου η χωρική πυκνότητα του ολικού φορτίου είναι: $\rho = \rho_f + \rho_p$

και η επιφανειακή πυκνότητα του ολικού φορτίου είναι:

$$\sigma = \sigma_f + \sigma_p$$

Διηλεκτρική μετατόπιση: $\vec{D} = \varepsilon_o\vec{E} + \vec{P}$

Νόμος Gauss στα διηλεκτρικά

$\vec{\nabla}\cdot\vec{D} = \rho_f$ ή $\oint\limits_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = q_f$, όπου q_f είναι το ολικό ελεύθερο φορτίο που περικλείει η κλειστή επιφάνεια Gauss S.

Επιφανειακή πυκνότητα ελεύθερων φορτίων: $\sigma_f = -\vec{D}\cdot\hat{n}$

όπου $\hat{n}$ το μοναδιαίο κάθετο διάνυσμα από την επιφάνεια προς τον κενό χώρο.

Σχετική διηλεκτρική σταθερά υλικού: $\varepsilon_r = \chi + 1$

Επειδή $\chi \geq 0$ είναι $\varepsilon_r \geq 1$.

Απόλυτη διηλεκτρική σταθερά υλικού: $\varepsilon = \varepsilon_o\varepsilon_r$

Είναι: $\vec{D} = \varepsilon_o\vec{E} + \vec{P} = \varepsilon_o\vec{E} + \varepsilon_o\chi\vec{E} = \varepsilon_o(1+\chi)\vec{E} \Rightarrow \vec{D} = \varepsilon_o\varepsilon_r\vec{E} = \varepsilon\vec{E}$

ΡΕΥΜΑ – ΑΝΤΙΣΤΑΣΗ

Ρεύμα είναι το ποσό του φορτίου που διαπερνά τη διατομή ενός αγωγού στη μονάδα του χρόνου :

$$I = dq/dt \quad (A = Cb/sec)$$

Επίσης : $I = nqu_d S$

όπου n η πυκνότητα των φορτίων, u_d η ταχύτητα ολίσθησης των φορτίων και S το εμβαδόν της επιφάνειας από την οποία διέρχονται τα φορτία.

Πυκνότητα ρεύματος : $J = I/S = nqu_d$

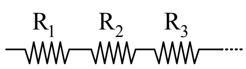
Σχέση έντασης – πυκνότητας ρεύματος : $I = \int\limits_S \vec{J}\cdot d\vec{S}$

Αντίσταση αγωγού : $\boxed{R = \rho\dfrac{\ell}{S}}$

όπου ρ η ειδική αντίσταση, ℓ το μήκος και S το εμβαδόν διατομής του αγωγού.

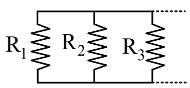
Συνδεσμολογία αντιστάσεων :

α) Σε σειρά



$R_{o\lambda} = R_1 + R_2 + R_3 + ...$

β) Παράλληλα



$\dfrac{1}{R_{o\lambda}} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} + ...$

Νόμος Ohm : $\boxed{V = IR}$

Γενικευμένη διατύπωση νόμου Ohm : $\boxed{\vec{J} = \sigma\vec{E}}$

όπου σ=1/ρ η ειδική αγωγιμότητα.

Νόμος Joule : παρέχει την ηλεκτρική ισχύ που καταναλώνεται σε αντίσταση : $P = VI = I^2R = V^2/R$